

Grandi teoremi della matematica



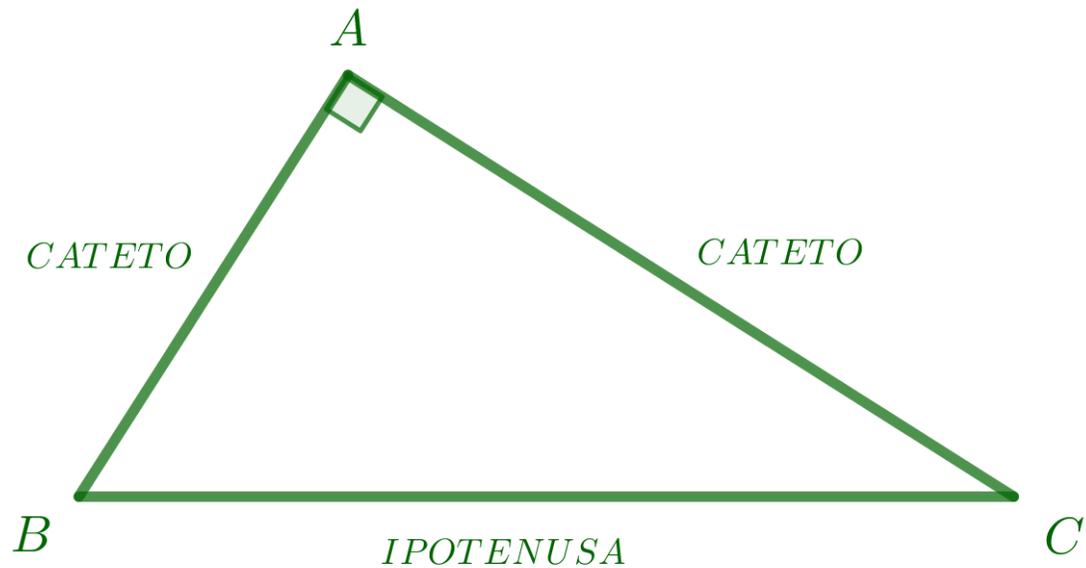
Piano estate 2024/2025 - Peer Education 2
Liceo Scientifico «G. Rummo»



- Il teorema di Pitagora
- L'infinità dei numeri primi
- L'area del cerchio
- Le equazioni cubiche e il teorema fondamentale dell'algebra
- Il teorema fondamentale del calcolo integrale

IL TEOREMA DI PITAGORA

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.



$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

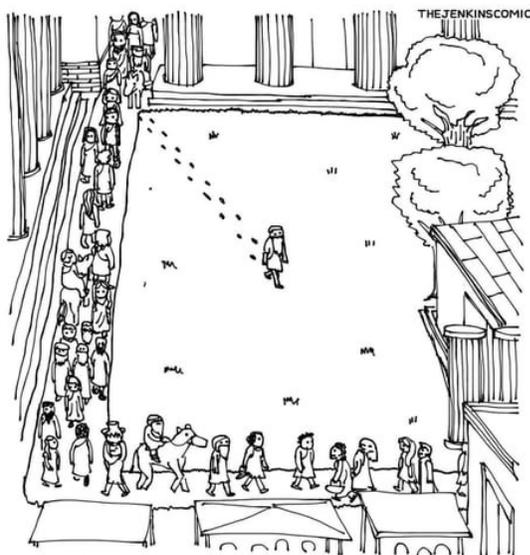


Pitagora di Samo, nato (forse a Sidone in Fenicia) tra il 580 a.C. e il 570 a.C. – Metaponto, 495 a.C. circa)
 Figlio di Partenide di Samo e Mnesarco di Tiro



«Pitide, la più bella della tribù samiana, dagli abbracci del dio del sole, generò Pitagora, l'amico di Giove» Giamblico, Vita di Pitagora

Microsoft © Encarta © 2006. © 1993-2005 Microsoft Corporation. Tutti i diritti riservati.



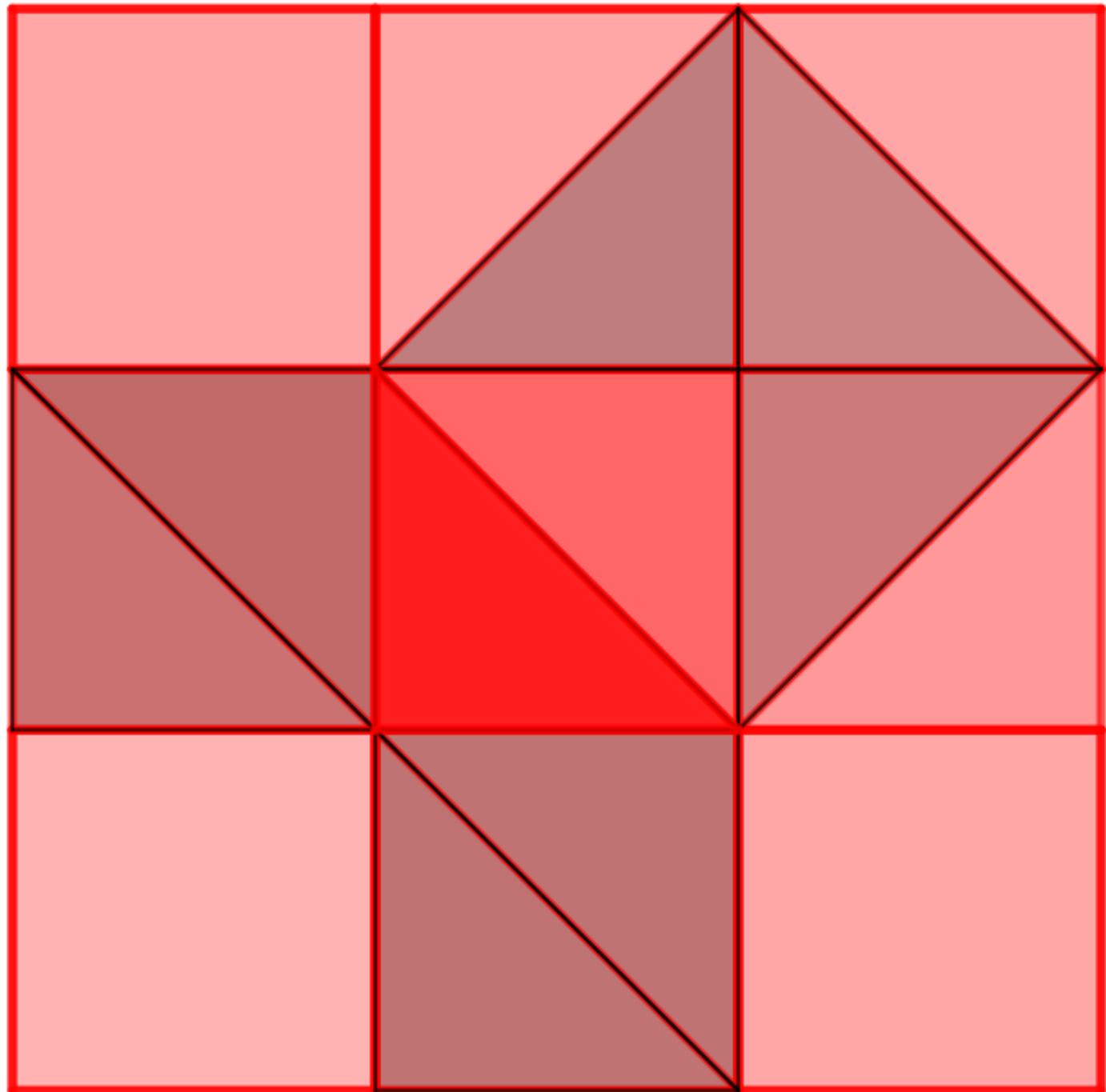
$$a^2 + b^2 = c^2,$$

ma

$$a + b > c!!!$$

- Eccolo lì, il solito furbastro pitagorico!

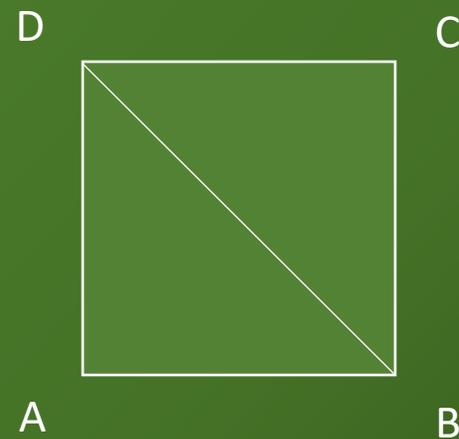
«Non so di nessun altro uomo che abbia avuto altrettanta influenza nella sfera del pensiero. [...] Ciò che appare come il platonismo, si trova già, analizzandolo, nell'essenza del pitagorismo. L'intera concezione di un mondo eterno rivelato all'intelletto, ma non ai sensi, deriva da lui. Se non fosse per lui, i Cristiani non avrebbero pensato a Cristo come al Verbo; se non fosse per lui i teologi non avrebbero cercato prove logiche di Dio e dell'immortalità. E io non avrei scritto questo magnifico pensiero» B. Russell

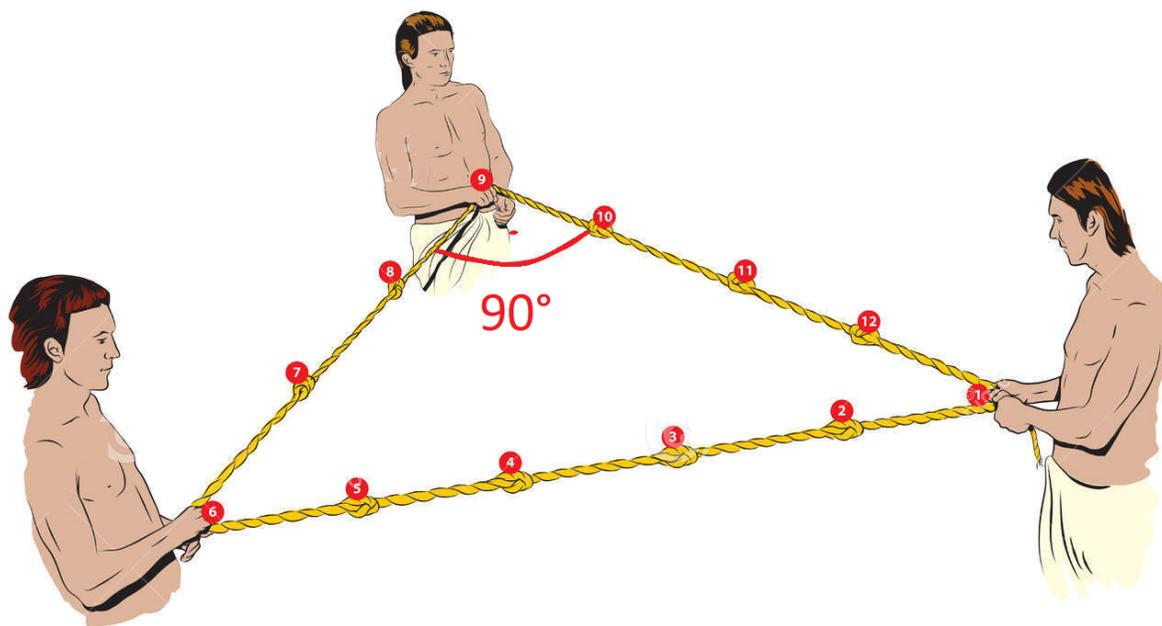




Ippaso (Metaponto, 530 a.C. circa – Crotona, 450 a.C. circa)

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$$





La terna pitagorica degli EGIZI (3000 a.C.)

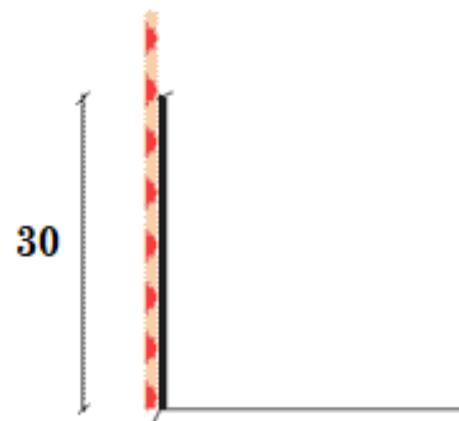


figura a

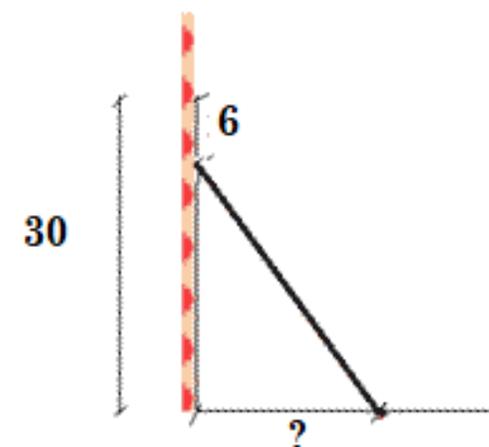
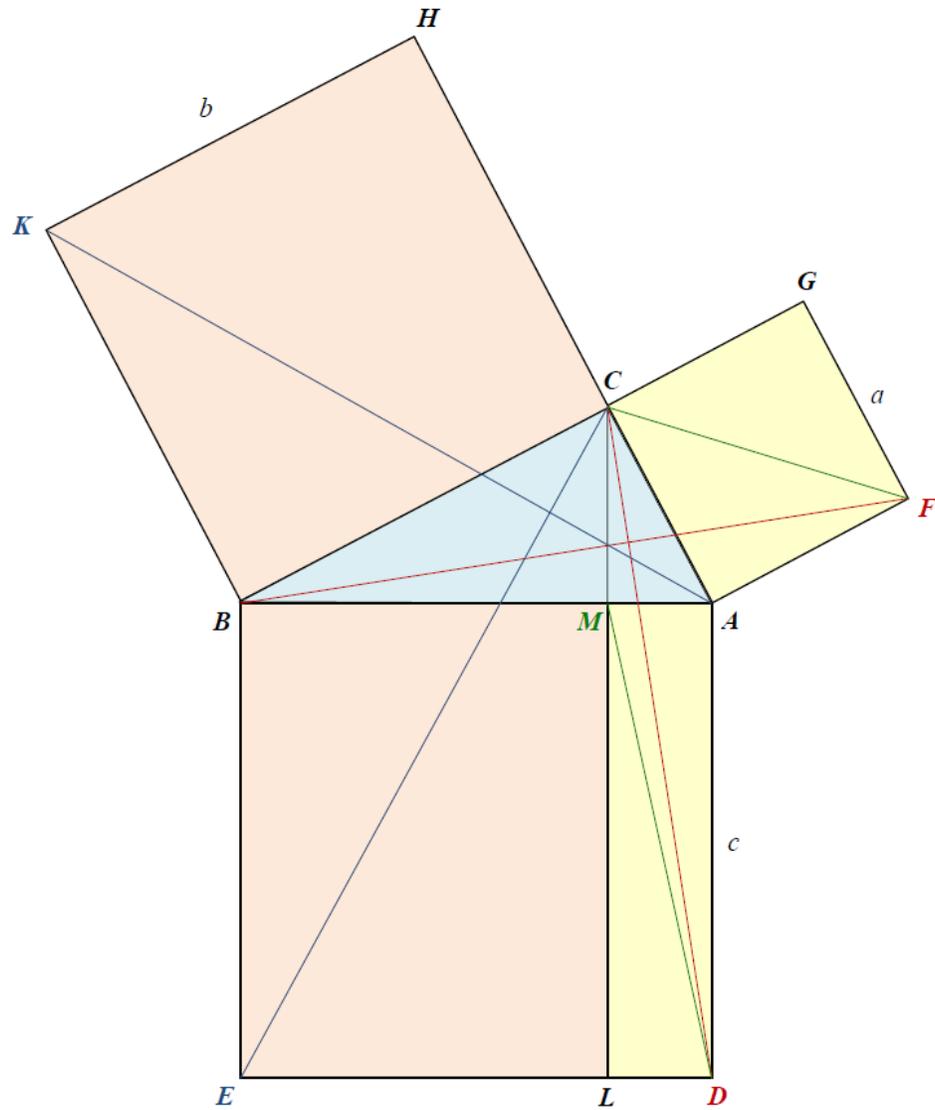


figura b

In una tavoletta babilonese del 1800 a.C. si legge il seguente quesito:

“Un bastone lungo 30 unità è appoggiato a un muro (figura a). In alto il bastone scivola di 6 unità (figura b). Di quante unità il piede del bastone si è allontanato dalla base del muro?”



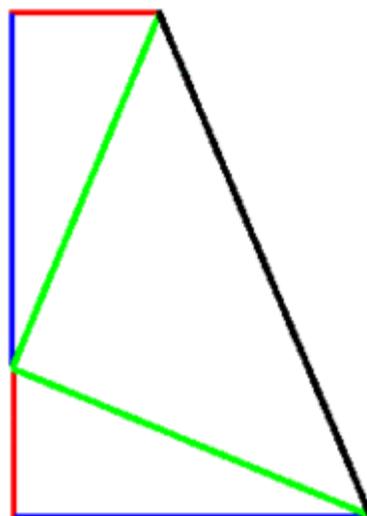
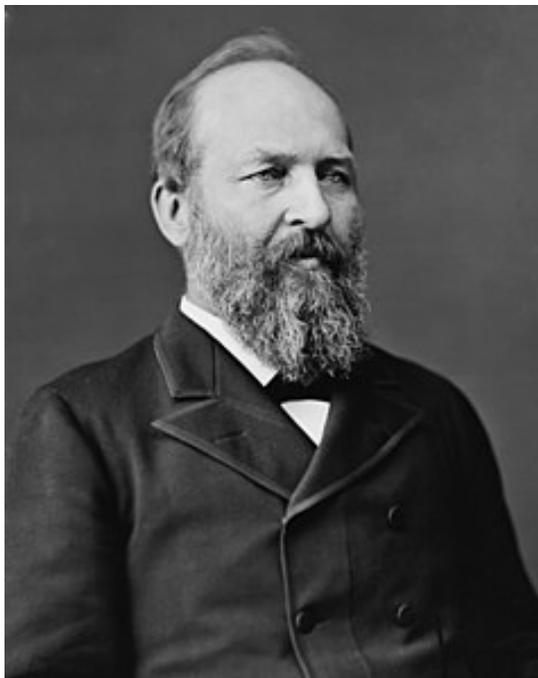
Libro I degli Elementi di Euclide

Proposizione 47:

Nei triangoli rettangoli il quadrato del lato che sottende l'angolo retto è uguale alla somma dei quadrati dei lati che comprendono l'angolo retto.

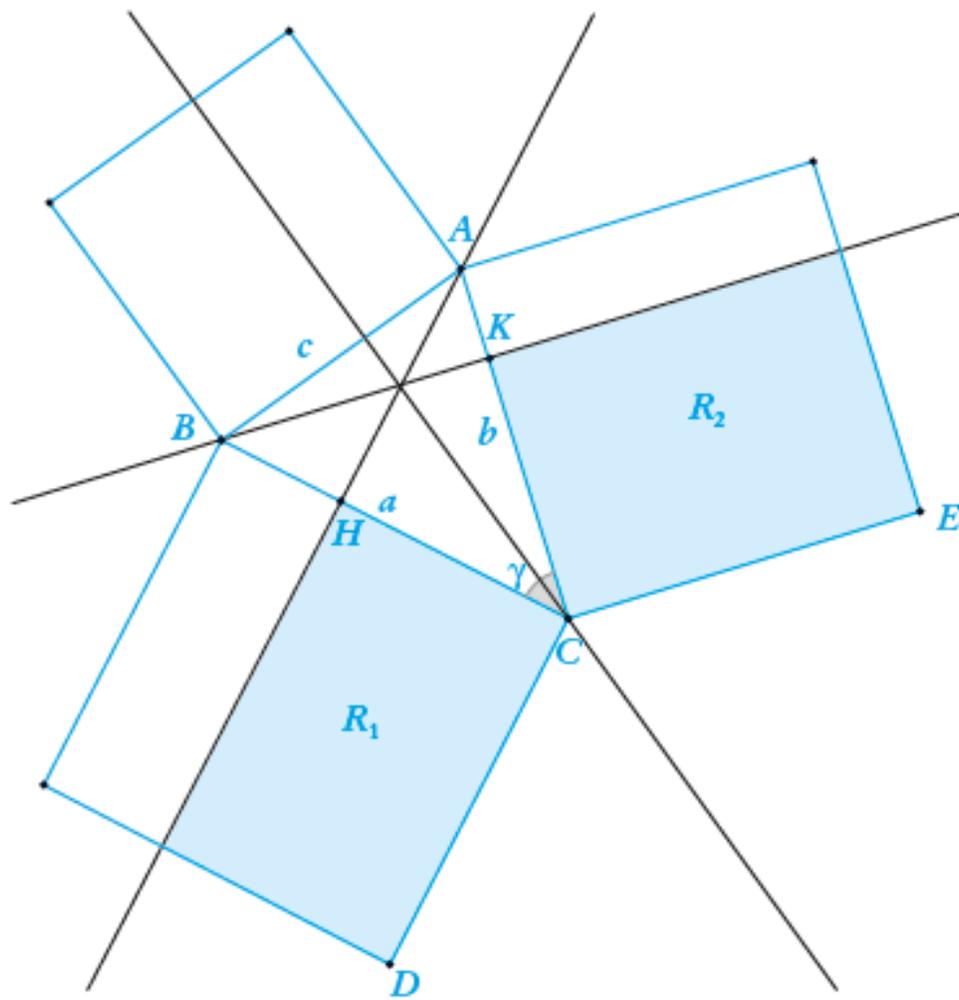
Proposizione 48:

Se il quadrato su uno solo dei lati di un triangolo è uguale alla somma dei quadrati sui restanti due lati del triangolo, l'angolo compreso dai restanti due lati del triangolo è retto



“Pensiamo che con questa dimostrazione matematica possiamo trovare d'accordo tutti i deputati, indipendentemente dal loro credo politico”.

James Abraham Garfield è stato il 20° presidente degli Stati Uniti. Il suo mandato è stato uno dei più brevi nella storia degli Stati Uniti, poiché fu gravemente ferito il 2 luglio 1881 da un colpo di pistola sparato da un disoccupato e morì due mesi dopo.



Libro II degli Elementi, Prop. 13:

Nei triangoli acutangoli il quadrato sul lato che sottende l'angolo acuto è minore della somma dei quadrati sui lati che comprendono l'angolo acuto per due volte il rettangolo compreso da uno solo dei lati intorno all'angolo acuto, quello su cui cade la perpendicolare, e dalla proiezione dell'altro su esso.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bb'$$

Il triangolo è acutangolo se solo se $a^2 < b^2 + c^2$

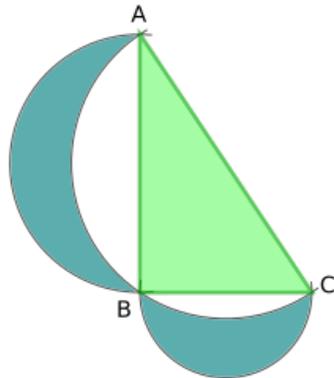
Il triangolo è ottusangolo se solo se $a^2 > b^2 + c^2$

Il triangolo è rettangolo se solo se $a^2 = b^2 + c^2$

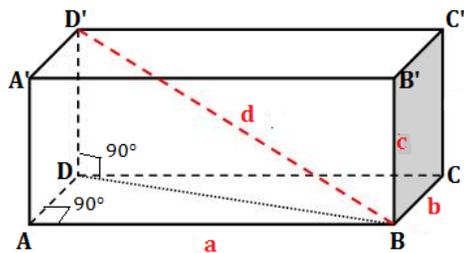
Al Cuoco

Libro VI, Prop.31: Nei triangoli rettangoli la figura descritta sul lato che sottende l'angolo retto è uguale alla somma delle figure simili e similmente descritte sui lati che contengono l'angolo retto.

Le lunule di Ippocrate di Chio



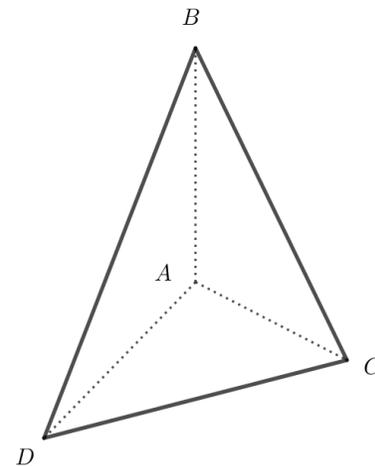
La diagonale del parallelepipedo



Il teorema di De Gua (Jean-Paul de Gua de Malves, 1783 Accademia delle scienze di Parigi):

In un tetraedro trirettangolo ABCD, dove A è il vertice comune ai tre angoli retti, sussiste la seguente relazione:

$$S_{\Delta BCD}^2 = S_{\Delta ABC}^2 + S_{\Delta ACD}^2 + S_{\Delta ADB}^2$$



Problema tratto dal papiro di Berlino:

L'area di un quadrato (100) è la somma delle aree di due quadrati più piccoli: il lato del più piccolo di questi è uguale a $1/2 + 1/4$ del lato dell'altro. Trovare la lunghezza dei lati.



La tavoletta Plimpton 322 – 1800 a.c.

- Determinare le terne pitagoriche fornate da tre numeri consecutivi (terna egizia)
- Determinare le terne pitagoriche con l'ipotenusa espressa da un numero consecutivo a un cateto

Lemma 1 prima della Proposizione 29 del libro X degli Elementi:

“Trovare due numeri quadrati la cui somma sia ancora un quadrato”

$$a = m^2 - n^2$$

$$b = 2mn$$

$$c = m^2 + n^2$$

Scrivete due numeri a piacere. Scrivete poi un terzo numero uguale alla somma dei primi due. Scrivete ora un quarto numero uguale alla somma degli ultimi due e calcolate il prodotto tra il primo e il quarto. Calcolate il doppio prodotto tra il secondo e il terzo. Avete trovato i primi due numeri una terna pitagorica! Qual è il terzo numero?

$$a, b, a + b, a + 2b$$

$$a^2 + 2ab, 2b(a + b)$$

Ci sono infiniti punti di coordinate razionali sulla circonferenza unitaria

Le formule parametriche

$$\cos \alpha = \frac{a}{c} = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$$
$$\sin \alpha = \frac{b}{c} = \frac{2mn}{m^2 + n^2}$$

