IL CARTEGGIO PASCAL – FERMAT

LA NASCITA DEL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

L’ANNO DI NASCITA DEL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

- L’atto di nascita del calcolo delle probabilità è collocato nella corrispondenza tra Fermat e Pascal, avvenuta nel 1654, e deriva da alcune questioni che furono poste a Pascal a proposito dei giochi d’azzardo.
- La prima delle sei lettere rimaste fu scritta da Fermat a Pascal, con molta probabilità nel giugno 1654 e fa riferimento a un passaggio di una precedente lettera di Pascal purtroppo andata perduta.
- L’ultima lettera di Pascal a Fermat riguardante il calcolo delle probabilità risale invece al 27 ottobre 1654.

L'ULTIMA LETTERA: 10 AGOSTO 1660

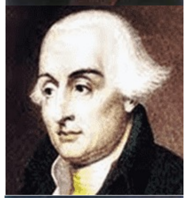
Scrive Pascal:

«…l'onore che mi fate mi è così caro che io non potrei attardarmi troppo a rispondervi. Vi dirò dunque, Signore, che se io fossi in salute, sarei volato a Tolosa, e non avrei permesso che un uomo come voi avesse fatto un passo per un uomo come me. Io vi dirò anche che, quand'anche voi siate colui che in tutt'Europa ritengo essere il più grande geometra, non sarebbe questa qualità ad attirarmi; ciò che mi spinge a cercarvi è il fatto che m'immagino tanta intelligenza e tanta onestà nella vostra conversazione. Infatti, per parlarvi francamente della geometria, la considero il più alto esercizio della mente, ma al contempo la ritengo così inutile, che faccio poca differenza tra un uomo che è solo un geometra e un abile artigiano. Così io lo definisco il più bel mestiere del mondo, ma alla fine non è che un mestiere; e ho spesso detto che essa è buona per esercitare la nostra mente, ma non per impiegare la nostra forza…»

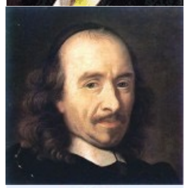
I PROTAGONISTI

- **Pierre de Fermat** (Beaumont-de-Lomagne,1601-1665)

- **Gilles Personne De Roberval** (Noël-Saint-Martin , 1602-1675)



- **Antoine Gombaud,** Cavaliere Di Méré (Poitou,1607-1684)



?

- **Blaise Pascal** (Clermont-Ferrand, 1623-1662)

I PROBLEMI DEL CAVALIERE DI MERE

- Il primo quesito proposto dal Cavaliere di Méré era molto semplice; si trattava, infatti, di una questione di buon senso:

«Il seguente è uno dei celebri problemi del Cavaliere di Méré, amico di Blaise Pascal*: “giocando a dadi è più probabile ottenere almeno una volta 6 con 4 lanci di un solo dado, oppure almeno un doppio 6 con 24 lanci di due dadi”?»*

Tratto da ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO 2001-2002 Indirizzo sperimentale: P.N.I. Tema di MATEMATICA

- Il secondo quesito era invece quello del «problema delle parti» o della «partita interrotta»:

  Due giocatori giocano a dadi una partita a **n** *punti; dopo un certo numero di giocate, decidono d’interrompere la partita quando un giocatore ha realizzato* **m** *punti e l’altro* **p** *punti. Esiste un modo equo per ripartire la posta messa in gioco dai due giocatori?*

IL PRIMO PROBLEMA

«Non ho il tempo di inviarvi la dimostrazione di un difficile problema che stupiva molto M..., perché egli ha una mente molto brillante, ma non è un geometra. Ciò, come sapete, è un grande difetto. Egli non comprende nemmeno che una linea matematica sia divisibile all'infinito ed è convinto che essa sia composta di punti in numero finito, e mai ho potuto fargli cambiare idea. Se voi lo poteste fare, lo si renderebbe perfetto. Mi diceva dunque che aveva riscontrato falsità nei numeri per questo motivo:

Se si prova a fare un sei con un dado, c'è la possibilità favorevole di ottenerlo in 4 tiri, come da 671 a 625. Se si prova a ottenere un doppio sei con due dadi, c'è la possibilità sfavorevole di ottenerlo in 24 tiri. E tuttavia 24 sta a 36 (che è il numero delle facce dei due dadi) come 4 sta a 6 (che è il numero delle facce di un dado). Ecco qual era il suo grande scandalo, che gli faceva dire apertamente che le tesi non erano costanti e che l'aritmetica si smentiva...»

(Lettera di Pascal a Fermat del 29 luglio)

UNA SOLUZIONE MODERNA

- La probabilità di non ottenere alcun 6 in 4 lanci di un dado è $\left(\frac{5}{6}\right)^4$, quindi la probabilità di ottenere almeno una volta 6 in quattro lanci è pari a $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{671}{1296} \approx 0{,}52$.

  La probabilità di non ottenere alcun doppio 6 in 24 lanci di un doppio dado è $\left(\frac{35}{36}\right)^{24}$, quindi la probabilità di ottenere almeno una volta un doppio 6 in quattro lanci è pari a $1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \approx 0{,}49$.

- Per ottenere una probabilità superiore a k bisogna effettuare un numero n di lanci tale che

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n > k \rightarrow n > \log_{\frac{5}{6}}(1-k) \text{ nel primo caso}$$

$$1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n > k \rightarrow n > \log_{\frac{35}{36}}(1-k) \text{ nel secondo caso}$$

LA LETTERA DI PASCAL A FERMAT DEL 29 LUGLIO 1654

«Signore,

sono impaziente quanto voi e, benché io sia ancora costretto a letto, non posso fare a meno di dirvi che ho ricevuto ieri sera, da parte di Carcavy, la vostra lettera sulle quote parti del gioco, che ammiro così tanto che non posso non dirvelo. Non ho il tempo di dilungarmi, ma, in poche parole, voi avete trovato con estrema precisione le due partizioni dei dadi e delle quote parti; io ne sono del tutto soddisfatto, poiché ora sono certo di essere nel vero, dopo la notevole consonanza in cui mi trovo con voi… Il vostro metodo è molto sicuro ed è quello che mi è venuto in mente per primo in questa ricerca. Ma poiché la difficoltà delle combinazioni è eccessiva, ne ho realizzato una sintesi e precisamente un altro metodo molto più breve e più chiaro, che vorrei potervi spiegare qui in poche parole. Infatti, desidero ormai aprirvi il mio cuore, se si potesse, tanta è la gioia che provo nel constatare la nostra consonanza. Vedo bene che la verità è la stessa a Tolosa e a Parigi….»

IL METODO DI FERMAT

Scrive Pascal:

«Ecco come voi procedete quando ci sono due giocatori: se due giocatori, giocando parecchie partite, si trovano nella condizione in cui al primo mancano due partite e al secondo tre, per trovare la quota parte, bisogna vedere (dite voi) in quante partite il gioco sarà deciso totalmente. È facile calcolare approssimativamente che ciò accadrà in quattro partite, da qui concludete che bisogna vedere come quattro quote si combinano fra due giocatori, e vedere quante combinazioni ci sono per far guadagnare il primo e quante per [far guadagnare] il secondo e dividere i soldi secondo questa proporzione. Dunque, per vedere come quattro partite si combinano fra due giocatori, bisogna immaginare che essi giochino con un dado a due facce (poiché sono solo due giocatori) e che gettino quattro di questi dadi (perché giocano in quattro partite) …»

Lettera del 24 agosto

AAAA	1
AAAB	1
AABA	1
AABB	1
ABAA	1
ABAB	1
ABBA	1
ABBB	2
BAAA	1
BAAB	1
BABA	1
BABB	2
BBAA	1
BBAB	2
BBBA	2
BBBB	2

IL METODO DI FERMAT

Esiti ordinati delle quattro partite:

1. AAAA (4 vittorie di A)
2. AAAB, AABA, ABAA, BAAA (3 vittorie di A e 1 di B)
3. AABB, ABBA, ABAB, BAAB, BBAA, BABA (2 vittorie di A e 2 vittorie di B)
4. BBBA, BBAB, BABB, ABBB (3 vittorie di B e 1 di A)
5. BBBB (4 vittorie di B)

COME DIVIDERE LA POSTA SECONDO FERMAT

Ciascun giocatore ha giocato «32 pistole».

A vince 11 volte, B vince 5 volte.

La probabilità di vittoria di A è $P_A = \frac{11}{16}$

La probabilità di vittoria di B è $P_B = \frac{5}{16}$

La posta andrà divisa nel rapporto 11 a 5, cioè $\frac{11}{16}\times 64 = 44$ pistole per A e $\frac{5}{16}\times 64 = 20$ pistole per B.

SE FOSSERO MONOMI?

Esiti ordinati delle quattro partite:

1. AAAA → A^4

2. AAAB, AABA, ABAA, BAAA → $4A^3B$

3. AABB, ABBA, ABAB, BAAB, BBAA, BABA → $6A^2B^2$

4. BBBA, BBAB, BABB, ABBB → $4AB^3$

5. BBBB → B^4

Sviluppo di $(A+B)^4 = A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4$

IL TRIANGOLO ARITMETICO

Utilizzando il triangolo aritmetico:

$$\begin{array}{c} 1 \quad riga\ 0 \\ 1 \quad 1 \quad riga\ 1 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \quad riga\ 2 \\ 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \quad riga\ 3 \\ {\color{red}1} \quad {\color{red}4} \quad {\color{red}6} \quad 4 \quad 1 \quad riga\ 4 \end{array}$$

$$(A+B)^4 = {\color{red}A^4} + {\color{red}4A^3B} + {\color{red}6A^2B^2} + 4AB^3 + B^4$$

Bisognerebbe andare alla riga 4 e sommare i primi tre numeri per A e i restanti per B

$$P_A = \frac{{\color{red}1+4+6}}{1+4+6+4+1} = \frac{11}{16}$$

IL BINOMIO DI NEWTON

$$(A+B)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} A^{n-k} B^k$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$(A+B)^4 = \binom{4}{0} A^4 + \binom{4}{1} A^3 B + \binom{4}{2} A^2 B^2 + \binom{4}{3} AB^3 + \binom{4}{4} B^4$$

(*Poesia dell'eteronimo ÀLVARO DE CAMPOS*)

O binómio de Newton é tão belo como a Vénus de Milo.
O que há é pouca gente para dar por isso.

óóóó — óóóóóóóóó — óóóóóóóóóóóóóóó

(O vento lá fora).

LA SOLUZIONE GENERALE

Se A ha totalizzato $n - a$ vittorie e B ha totalizzato $n - b$ vittorie, per completare la partita bisogna giocare $N = a + b - 1$ rounds.

Per calcolare le probabilità utilizzando il triangolo aritmetico bisogna posizionarsi alla riga N e calcolare i rapporti:

$$P_A = \frac{\sum_{k=0}^{b-1} \binom{N}{k}}{2^N}$$

$$P_B = \frac{\sum_{k=b}^{N} \binom{N}{k}}{2^N} = \frac{2^N - \sum_{k=0}^{b-1} \binom{N}{k}}{2^N}$$

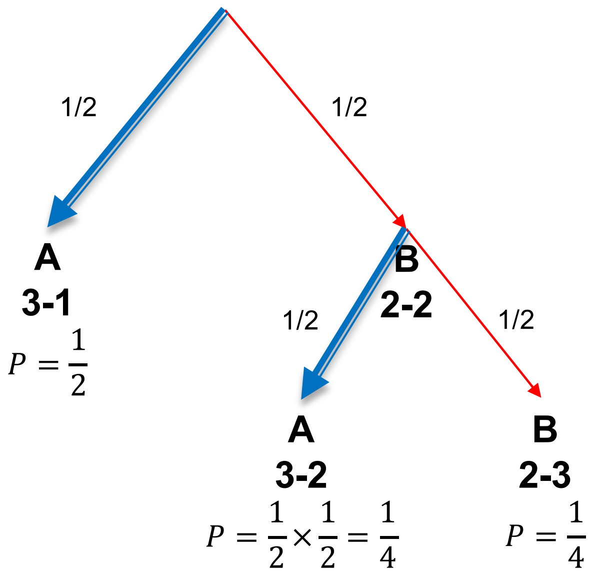
LA SOLUZIONE DI PASCAL: 2-1 IN FAVORE DI A

Scrive Pascal:

«Supponiamo che il primo ne abbia vinte due e l'altro una. Essi giocano ora una partita, il cui esito è tale che, se il primo la vince, vince tutti i soldi messi in gioco, cioè 64 pistole; se la vince l'altro, essi sono pari, e di conseguenza, se essi vogliono separarsi, occorre che ritirino ciascuno la loro puntata, cioè ciascuno 32 pistole. Considerate dunque, Signore, che se vince il primo, gli toccano 64 pistole; se invece perde, gli spettano 32 pistole. Dunque se essi non vogliono mettere a repentaglio quella partita e intendono separarsi senza giocarla, il primo deve dire: «Io sono certo di avere 32 pistole, anche se perdo la partita; ma per le altre 32 pistole, le avrò forse io, o forse le avrete voi, la probabilità è uguale; pertanto dividiamo a metà queste 32 pistole e datemi, oltre a ciò, le mie 32 che mi spettano». Egli avrà dunque 48 pistole, mentre l'altro ne avrà 16.

LA SOLUZIONE DI PASCAL CON IL DIAGRAMMA AD ALBERO

2-1 in favore di A

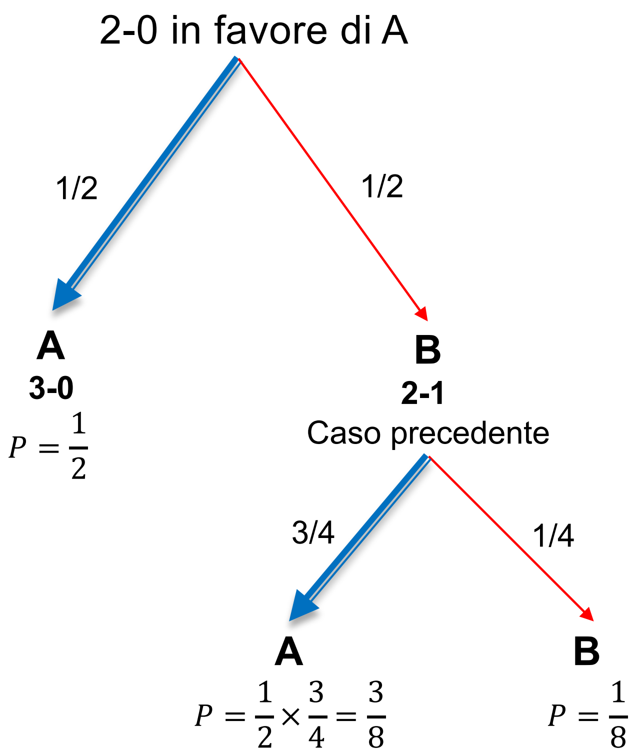


A vince $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ di 64 pistole= 48 pistole

LA SOLUZIONE DI PASCAL: 2-0 IN FAVORE DI A

Adesso supponiamo che il primo abbia vinto due partite e l'altro nessuna, e cominciano a giocare una partita. La probabilità di questa partita è tale che, se la vince il primo, egli guadagnerà tutti i soldi: 64 pistole; se invece la vince l'altro, eccoli pervenuti al caso precedente, nel quale il primo avrà vinto due partite e l'altro una. Ora, abbiamo già dimostrato che in tal caso spettano 48 pistole a colui che ha vinto le due partite: dunque, se essi decidono di non giocare affatto questa partita, egli deve dire così: «Se la vinco io, guadagnerò tutto, cioè 64 pistole; se invece la perdo, me ne toccheranno legittimamente 48. Datemi dunque le 48 che di sicuro mi spettano anche se io dovessi perdere, e dividiamo a metà le restanti 16, poiché c'è la stessa probabilità che voi le vinciate come me». Così egli avrà 48 più 8, che corrispondono a 56 pistole.

LA SOLUZIONE DI PASCAL CON IL DIAGRAMMA AD ALBERO



A vince $\frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$ di 64 pistole, cioè i 56 pistole

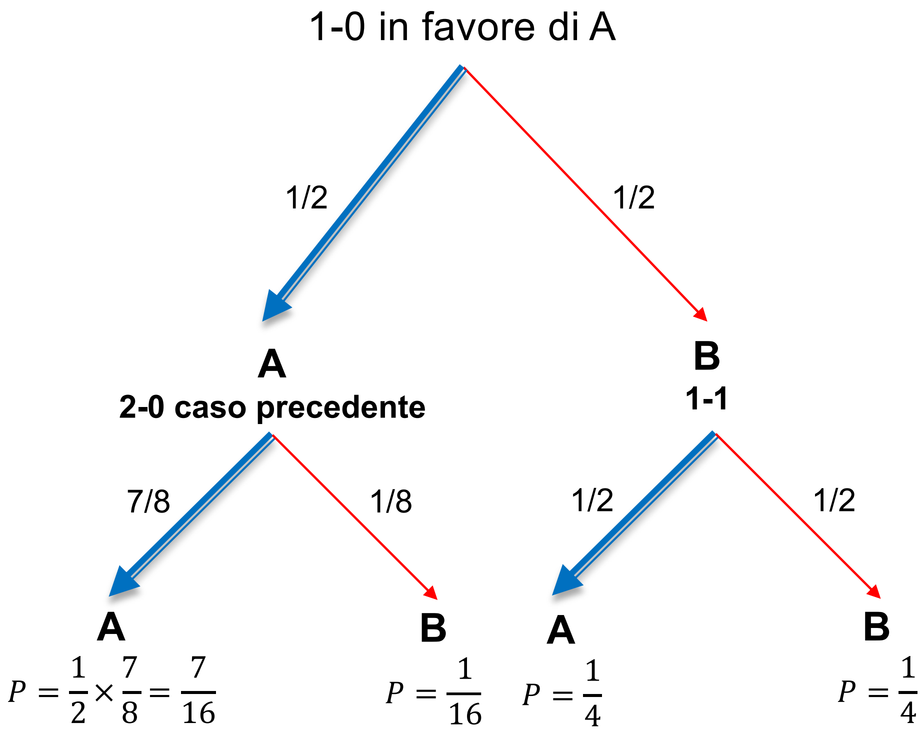
LA SOLUZIONE DI PASCAL: 1-0 IN FAVORE DI A

Supponiamo infine che il primo abbia vinto solo una partita e l'altro nessuna. Vedete, Signore, che se essi iniziano una nuova partita, la sorte è tale che, se la vince il primo, questi avrà due partite a favore, e pertanto, stando al caso precedente, gli spettano 56 pistole. Se invece la perde, sono alla pari: dunque gli spettano 32 pistole. Quindi egli deve dire:

«Se voi non la volete giocare, datemi 32 pistole che mi spettano, e dividiamo a metà il resto di 56. Da 56 togliete 32, resta 24. Dividete dunque 24 a metà, prendetene 12, e io 12 che, con 32, fanno 44».

(Pascal a Fermat, 26 luglio)

LA SOLUZIONE DI PASCAL CON IL DIAGRAMMA AD ALBERO



A vince $\frac{7}{16} + \frac{1}{4} = \frac{11}{16}$ di 64 pistole, cioè 44 pistole

LA SOLUZIONE ERRATA

Partendo dal risultato di 2 a 1 in favore di A, Roberval considerava 3 possibilità:

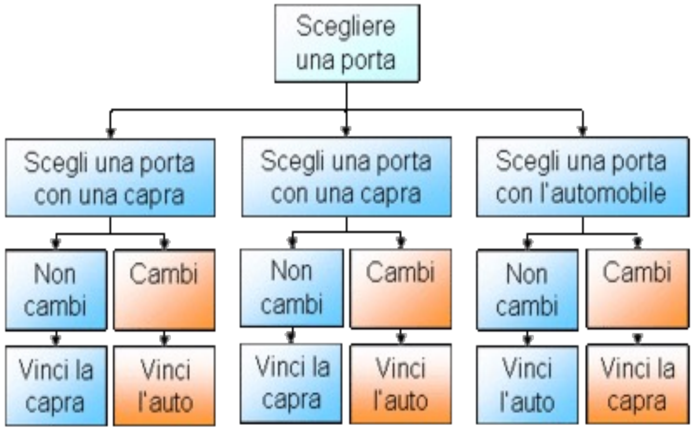
1. A vince la sua terza partita ed è quindi inutile giocarne ancora una, per cui il gioco si chiude con la vittoria finale di A;
2. B vince la sua seconda partita, ma la partita successiva è vinta da A, per cui anche adesso il gioco si conclude con la vittoria definitiva di A;
3. B vince la sua seconda partita ed anche la successiva, per cui si aggiudica la vittoria finale.

Si desume da tutto ciò che A si aggiudicherebbe l'intera posta 2 volte su 3, mentre B lo farebbe 1 volta su 3.

La posta pertanto va divisa nel rapporto 2 : 1 fra A e B.

DUE FAMOSI DILEMMI

- Il problema di Monty Hall è un famoso problema di teoria della probabilità, legato al gioco a premi statunitense Let's Make a Deal. Prende il nome da quello del conduttore dello show, Monte Halparin, noto con lo pseudonimo di Monty Hall.



- In un penitenziario sono detenuti in isolamento tre prigionieri, A, B e C, condannati alla pena di morte. Il governatore decide di graziare uno dei tre e ne comunica il nome al guardiano, con il divieto assoluto di rivelarlo. Il prigioniero A, in preda a comprensibile ansia, promette al guardiano un lauto compenso in cambio di un'informazione: sapere almeno chi, tra B e C, sarà giustiziato. Il guardiano acconsente e rivela ad A che B sarà giustiziato. A questo punto A si rallegra e ricompensa il guardiano, pensando che grazie all'informazione ricevuta, la sua probabilità di salvezza sia salita da 1/3 a 1/2. Ha ragione il prigioniero A di rallegrarsi?

I DUBBI DI ROBERVAL NEL CASO DI DUE GIOCATORI

«Comunicai ai nostri Signori il vostro metodo, su cui il signor Roberval mi fece quest'obiezione:

È sbagliato adottare il metodo di fissare la quota sulla supposizione che si giochi in quattro partite, visto che, quando mancano due partite all'uno e tre all'altro, non è necessario che si giochino quattro partite, potendo accadere che se ne giocheranno due o tre, o a dire il vero forse quattro. Come pure egli [Roberval] non vedeva perché si pretendesse di calcolare la giusta quota su una condizione falsa, che è quella di giocare quattro partite, visto che la condizione naturale del gioco è che non si tireranno più dadi se uno dei due giocatori avrà vinto, e che, se ciò non era falso, per lo meno non era dimostrato. Di modo che aveva qualche sospetto che noi avessimo creato un paralogismo…»

I DUBBI DI PASCAL: LETTERA DEL 24 AGOSTO 1654

«Signore,

in passato non ho potuto esporvi completamente il mio pensiero sulle partite di parecchi giocatori, e anzi ho qualche riluttanza, per paura che per tale motivo quell'ammirabile convergenza che c'era fra noi e che mi era così cara non cominciasse a venir meno, poiché temo che noi abbiamo pareri diversi su questo argomento… Fin quando ci sono due giocatori, il vostro metodo, che procede con le combinazioni, è sicurissimo; ma quando ce ne sono tre, credo di avere la dimostrazione che esso non è esatto, a meno che voi procediate in qualche altro modo che io non capisco…»

LA PARTITA CON TRE GIOCATORI A, B E C: 2-1-1 IN FAVORE DI A

«Seguiamo lo stesso procedimento per tre giocatori, e poniamo che manchi una quota parte al primo, che ne manchino due al secondo e due al terzo. Per fissare le quote, seguendo lo stesso metodo delle combinazioni, bisogna per prima cosa cercare in quante quote parti il gioco sarà deciso, come abbiamo fatto quando c'erano due giocatori. Saranno in tre... Adesso bisogna vedere come tre quote si combinano fra tre giocatori e quante ce ne sono a favore dell'uno, quante a favore dell'altro e quante a favore dell'ultimo, e, secondo questa proporzione, distribuire il denaro nello stesso modo in cui s'è proceduto nell'ipotesi di due giocatori.»

ESITI
AAA AAB AAC
ABA ABB ABC
ACA ACB ACC
BAA BAB BAC
BBA BBB BBC
BCA BCB BCC
CAA CAB CAC
CBA CBB CBC
CCA CCB CCC

3 GIOCATORI: LE QUOTE PARTI

Scrive Pascal

«…manca solo una quota al primo; pertanto tutte le disposizioni in cui c'è un dado segnato con *A* appartengono a lui: dunque ne ha 19.

Mancano due quote al secondo; quindi tutte le disposizioni dove ci sono due *B* appartengono a lui: dunque ne ha 7. Mancano due quote al terzo; perciò tutte le disposizioni dove ci sono due *C* appartengono a lui: dunque ne ha 7. Se da ciò si concludesse che bisogna dare a ciascuno secondo la proporzione di 19, 7, 7, ci si sbaglierebbe in modo troppo grossolano, e mi rifiuto di credere che voi lo facciate in questo modo.

ESITI	VINCE	VINCE	VINCE
AAA	A		
AAB	A		
AAC	A		
ABA	A		
ABB	A	B	
ABC	A		
ACA	A		
ACB	A		
ACC	A		C
BAA	A		
BAB	A	B	
BAC	A		
BBA	A	B	
BBB		B	
BBC		B	
BCA	A		
BCB		B	
BCC			C
CAA	A		
CAB	A		
CAC	A		C
CBA	A		
CBB		B	
CBC			C
CCA	A		C
CCB			C
CCC			C
TOTALE	19	7	7

SE FOSSERO MONOMI?

Esiti ordinati delle tre partite:

- AAA → A^3,
- AAB, ABA, BAA, BBA, BAB, ABB → $3A^2B + 3AB^2$
- AAC, ACA, CAA , ABC, ACB, BAC, BCA, CBA, CAB, CCA, CAC, ACC → $3A^2C + 6ABC + 3AC^2$
- BBB → B^3
- BBC, BCB, CBB, CCB, CBC, BCC → $3B^2C + 3BC^2$
- CCC → C^3

Sviluppo di $(A + B + C)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + 3A^2C + 6ABC + 3AC^2 + B^3 + 3B^2C + 3BC^2 + C^3$

IL TETRAEDRO ARITMETICO

Utilizzando il tetraedro aritmetico:

Coefficienti trinomiali:

$$\binom{n}{h,k} = \frac{n!}{h!\,k!\,(n-h-k)!}$$

$1\ livello\ 0$

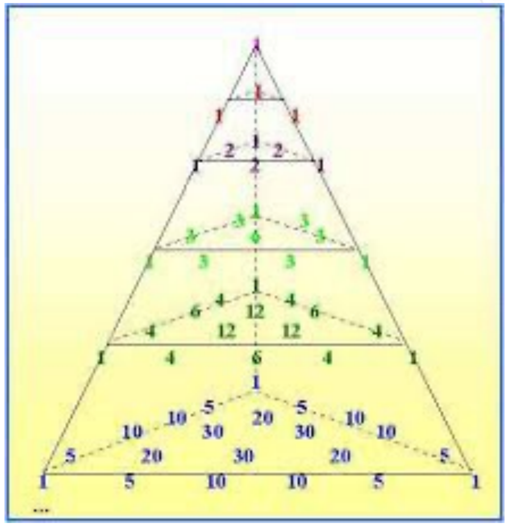
$$\begin{array}{ccc} & 1 & \\ 1 & & 1 \end{array} \quad livello\ 1$$

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & & \\ & 2 & & 2 & \\ 1 & & 2 & & 1 \end{array} \quad livello\ 2$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 3 & & 3 & & \\ & 3 & & 6 & & 3 & \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 \end{array} \quad livello\ 3$$

$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^3$ $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{C})^3$

$(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})^3$



O trinómio de Newton é tão belo como o binómio … : $(A+B+C)^n = \sum_{h=0}^{n}\sum_{k=0}^{n-h}\binom{n}{h,k} A^{n-h-k}B^kC^h$

…3 GIOCATORI: L'ERRORE

«…Bisogna dunque fare la valutazione in questo modo:

ci sono 13 disposizioni che danno tutto al primo e 6 che gli danno la metà e 8 che non gli valgono niente. Pertanto, se la somma intera è una pistola, ci sono 13 facce che gli valgono ciascuna una pistola, ci sono 6 facce che gli valgono ciascuna mezza pistola e 8 che non valgono nulla. Totale 16 pistole e ciò che spetta al primo nel caso di quote parti è 16 pistole su 27.»

La quota parte del secondo e del terzo giocatore si troverà allo stesso modo:

Ci sono 4 disposizioni che gli valgono 1 pistola, 3 disposizioni che gli valgono ½ pistola e 20 disposizioni che non gli valgono nulla 0. Totale 5 pistole e mezza su 27. E altrettanto al terzo, e queste tre somme, 5.5, 5.5 e 16, sommate, fanno 27…»

ESITI	VINCE	VINCE	VINCE
AAA	A		
AAB	A		
AAC	A		
ABA	A		
ABB	**A**	**B**	
ABC	A		
ACA	A		
ACB	A		
ACC	**A**		**C**
BAA	A		
BAB	**A**	**B**	
BAC	A		
BBA	**A**	**B**	
BBB		B	
BBC		B	
BCA	A		
BCB		B	
BCC			C
CAA	A		
CAB	A		
CAC	**A**		**C**
CBA	A		
CBB		B	
CBC			C
CCA	**A**		**C**
CCB			C
CCC			C
TOTALE	16	5,5	5,5

…3 GIOCATORI: LA RISPOSTA DI FERMAT

«Signore, non temete che la nostra intesa venga meno:

Prendo l'esempio dei tre giocatori, al primo dei quali manca una partita, e a ciascuno dei due, altre due, che è il caso che voi mi obiettate. Io non vi trovo che 17 combinazioni per il primo e 5 per ciascuno degli altri due: infatti, quando voi dite che la combinazione *acc* è buona per il primo e per il terzo, sembra che non vi ricordiate più che tutto ciò che si fa, dopo che uno dei giocatori ha vinto, non serve più a nulla. Ora, dal momento che questa combinazione ha fatto vincere il primo fin dalla prima partita, cosa importa che il terzo ne vinca due dopo, visto che, quand'anche ne guadagnasse trenta, tutto questo sarebbe superfluo? Da ciò deriva che, come avete notato molto bene, questa simulazione di estendere il gioco a un certo numero di partite non serve che a facilitare la regola, e (secondo il mio parere) a rendere tutti i casi uguali, ovvero, in modo più intelligibile, a ridurre tutte le frazioni a uno stesso denominatore. E così ho ragione di dire che la combinazione *acc* vale solo per il primo e non per il terzo, e che *cca* vale solo per il terzo e non per il primo, e che quindi la mia regola delle combinazioni vale ugualmente sia per tre giocatori che per due, e generalmente per ogni numero...» 25 settembre 1654

LA PARTITA CON TRE GIOCATORI, IL CALCOLO CORRETTO

Esiti ordinati delle tre partite:

AAA (vince A)

AAB, ABA, BAA, AAC, ACA, CAA (vince A)

ABC, ACB, BAC, CAB, BCA, CBA, ABB, BAB, ACC, CAC (vince A),

BBC, BCB, CBB, BBB, BBA(vince B),

CCB, CBC, BCC, CCC, CCA (vince C)

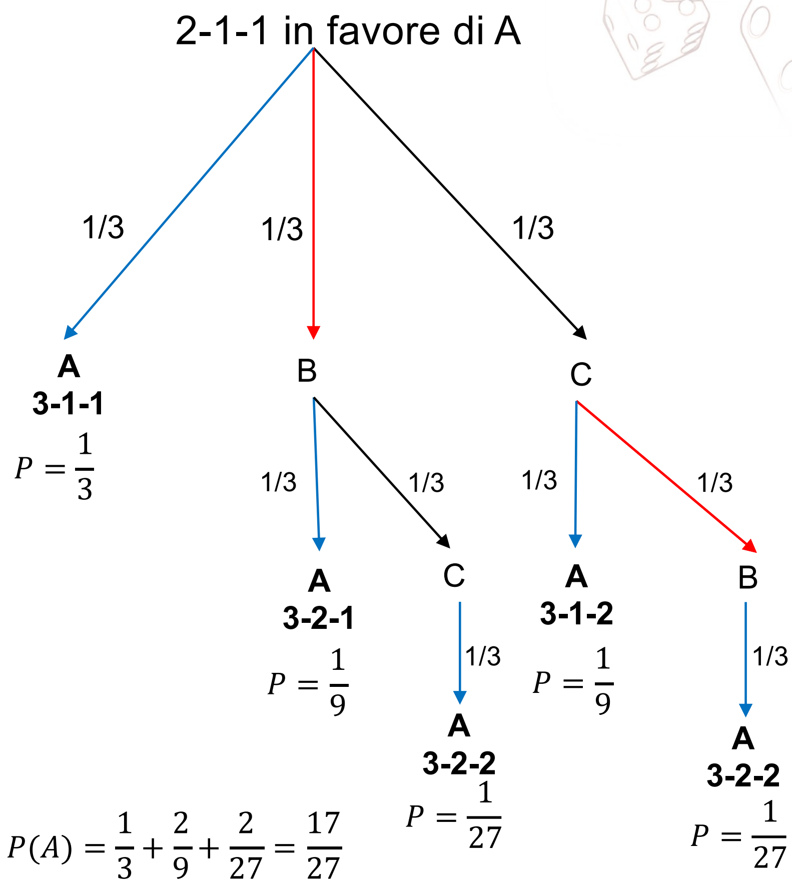
17 vittorie di A, 5 vittorie di B e 5 vittorie di C

LA SIMULAZIONE DI FERMAT

«Ma poiché il signor Roberval sarà forse ben lieto di vedere una soluzione senza simulare nulla, …eccola nell’esempio proposto: Il primo può vincere, o in una sola partita, o in due, o in tre. Se vince in una sola partita, è necessario che, con un dado che ha tre facce, il primo colpo gli sia favorevole. Un solo dado produce 3 probabilità; questo giocatore ha dunque dalla sua 1/3 delle probabilità quando si gioca solo una partita...»

«…l’estensione a un certo numero di partite non è altro che la riduzione di diverse frazioni a uno stesso denominatore. Ecco in breve tutto il mistero che ci rimetterà in buon accordo, perché noi due cerchiamo solo la ragione e la verità»

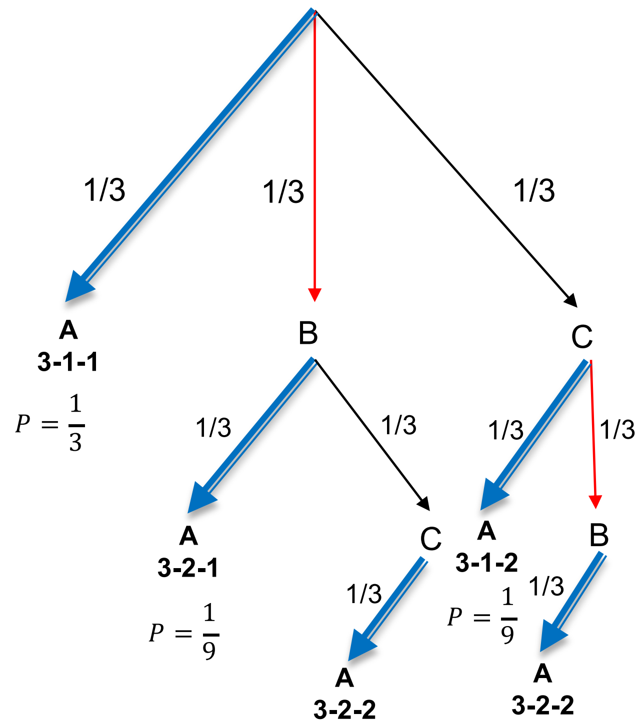
$$\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{2}{27}=\frac{9}{27}+\frac{6}{27}+\frac{2}{27}=\frac{17}{27}$$



$$P(A)=\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{2}{27}=\frac{17}{27}$$

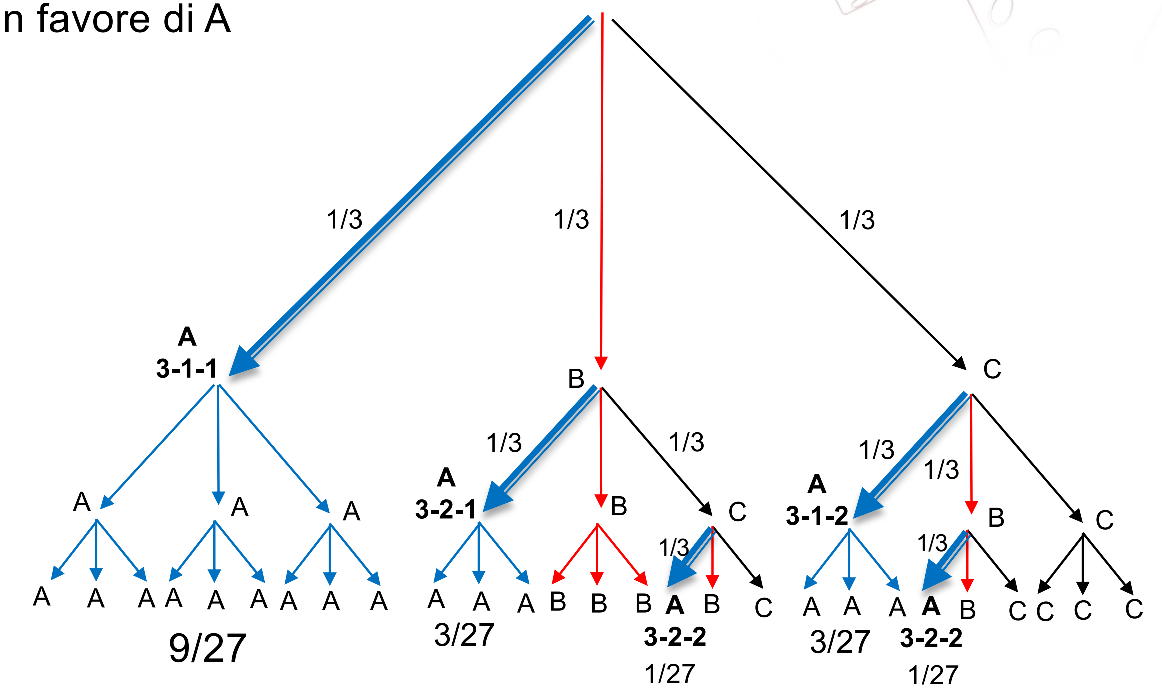
IL COMUN DENOMINATORE

2-1-1 in favore di A



$$P(A) = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} = \frac{17}{27}$$

$P = \frac{1}{27}$ $P = \frac{1}{27}$



$$P(A) = \frac{9}{27} + \frac{6}{27} + \frac{2}{27} = \frac{17}{27}$$

LETTERA DI PASCAL A FERMAT 27 OTTOBRE 1654

«Signore,

la vostra ultima lettera mi ha pienamente soddisfatto. Ammiro il vostro metodo sulle quote parti, tanto più che l'ho inteso benissimo. Esso appartiene interamente a voi, e non ha nulla in comune con il mio, e giunge allo stesso risultato facilmente.

Ecco ristabilito il nostro accordo.»

"*Vedo bene che la verità è la stessa a Tolosa e a Parigi*"

BIBLIOGRAFIA

- **Blaise Pascal, opere complete** – Bompiani
- **I grandi matematici** – E. T. Bell – Biblioteca Sansoni
- **Storia della matematica** – C. B. Boyer – Mondadori
- **Il problema della divisione della posta** – Antonino Giambò – Matmedia.it