

**Wanna bet?**

**Pascal e la Logica della Scommessa su Dio**

---

Giuliano Rosella

*Res Cogitans - 11 Ottobre 2023*

# Table of contents

1. Rudimenti di Logica
2. Rudimenti di Game Theory
3. La Scommessa
  - L'argomento per Dominanza
  - L'argomento secondo Utilità Attesa
  - L'argomento Generale
4. Obiezioni

# Bibliografia

- Hájek, Alan (2003). "Waging War on Pascal's Wager", *Philosophical Review* 112 (1):27-56.
- Franklin, James (2018). "Pascal's wager and the origins of decision theory: decision-making by real decision-makers". In Paul Bartha & Lawrence Pasternack (eds.), *Pascal's Wager*. Cambridge: Cambridge University Press. pp. 27-44.
- Hájek, Alan (2018). "The (In)validity of Pascal's Wager", In P. Bartha & L. Pasternack (Eds.), *Pascal's Wager* (Classic Philosophical Arguments, pp. 123-147). Cambridge: Cambridge University Press.
- Bradley Monton (2011). "Mixed strategies can't evade Pascal's Wager", *Analysis*, Volume 71, Issue 4, Pages 642–645
- Hájek, Alan (2012). "Blaise and Bayes", In Jake Chandler & Victoria S. Harrison (eds.), *Probability in the Philosophy of Religion*. Oxford University Press.
- Hájek, Alan (2000). "Objecting Vaguely to Pascal's Wager". *Philosophical Studies* 98 (1-16):1 - 16.
- Hacking, Ian (1972). "The Logic of Pascal's Wager". *American Philosophical Quarterly* 9 (2):186 - 192.
- Duff, Antony (1986). "Pascal's Wager and Infinite Utilities". *Analysis*, 46(2), 107–109.
- Cain, James (1995). "Infinite utility". *Australasian Journal of Philosophy* 73 (3):401 - 404.

# Rudimenti di Logica

---

Che cosa è la Logica?

Che cosa è la Logica? Non è importante rispondere puntalmente

Che cosa è la Logica? Non è importante rispondere puntualmente

- la Logica ha a che fare con il **ragionamento corretto**/stabilisce quando un ragionamento è valido

# Rudimenti di Logica

Che cosa è la Logica? Non è importante rispondere puntalmente

- la Logica ha a che fare con il **ragionamento corretto**/stabilisce quando un ragionamento è valido

Un argomento/ragionamento può essere diviso in **premesse** e **conclusioni**.



# Rudimenti di Logica

Che cosa è la Logica? Non è importante rispondere puntalmente

- la Logica ha a che fare con il **ragionamento corretto**/stabilisce quando un ragionamento è valido

Un argomento/ragionamento può essere diviso in **premesse** e **conclusioni**.

## Esempio

*Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà.  
Ma l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti. Quindi, o i  
Sith vengono sconfitti, oppure l'impero non crollerà.*

# Rudimenti di Logica

Che cosa è la Logica? Non è importante rispondere puntalmente

- la Logica ha a che fare con il **ragionamento corretto**/stabilisce quando un ragionamento è valido

Un argomento/ragionamento può essere diviso in **premesse** e **conclusioni**.

## Esempio

*Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà.  
Ma l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti. Quindi, o i  
Sith vengono sconfitti, oppure l'impero non crollerà.*

- **Premesse:**

# Rudimenti di Logica

Che cosa è la Logica? Non è importante rispondere puntalmente

- la Logica ha a che fare con il **ragionamento corretto**/stabilisce quando un ragionamento è valido

Un argomento/ragionamento può essere diviso in **premesse** e **conclusioni**.

## Esempio

*Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà.  
Ma l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti. Quindi, o i  
Sith vengono sconfitti, oppure l'impero non crollerà.*

- **Premesse:**
  - Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà

# Rudimenti di Logica

Che cosa è la Logica? Non è importante rispondere puntalmente

- la Logica ha a che fare con il **ragionamento corretto**/stabilisce quando un ragionamento è valido

Un argomento/ragionamento può essere diviso in **premesse** e **conclusioni**.

## Esempio

*Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà.  
Ma l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti. Quindi, o i  
Sith vengono sconfitti, oppure l'impero non crollerà.*

- **Premesse:**
  - Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà
  - l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti

# Rudimenti di Logica

Che cosa è la Logica? Non è importante rispondere puntualmente

- la Logica ha a che fare con il **ragionamento corretto**/stabilisce quando un ragionamento è valido

Un argomento/ragionamento può essere diviso in **premesse** e **conclusioni**.

## Esempio

*Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà.  
Ma l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti. Quindi, o i  
Sith vengono sconfitti, oppure l'impero non crollerà.*

- **Premesse:**
  - Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà
  - l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti
- **Conclusione:** o i Sith vengono sconfitti, oppure l'impero non crollerà.



## Rudimenti di Logica - Argomenti (schemi)

- Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà  
l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti  
-----  
o i Sith vengono sconfitti, oppure l'impero non crollerà

## Rudimenti di Logica - Argomenti (schemi)

- Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà  
l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti  
-----  
o i Sith vengono sconfitti, oppure l'impero non crollerà



## Rudimenti di Logica - Argomenti (schemi)

- Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà  
l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti  

---

o i Sith vengono sconfitti, oppure l'impero non crollerà
  
- (1) Se Tyrion Lannister beve vino si ubriaca  
(2) Tyrion Lannister beve vino  
(3) Tyrion Lannister sa cose  

---

Tyrion Lannister si ubriaca

## Rudimenti di Logica - Argomenti (schemi)

- Se i ribelli insorgono e i Jedi ritornano, allora l'impero crollerà  
l'impero crollerà solo se i Sith vengono sconfitti  

---

o i Sith vengono sconfitti, oppure l'impero non crollerà
- (1) Se Tyrion Lannister beve vino si ubriaca  
(2) Tyrion Lannister beve vino  
(3) Tyrion Lannister sa cose  

---

Tyrion Lannister si ubriaca
- (1) Tyrion Lannister beve  
(2) Tyrion Lannister sa cose  

---

Tyrion Lannister beve e sa cose



**Validità**

## Validità

Un argomento/ragionamento è **valido** se e solo se la **verità** delle sue **premesse** implica la verità delle sue **conclusioni**, ossia quando le sue premesse sono vere, anche le sue conclusioni devono essere vere.

## Validità

Un argomento/ragionamento è **valido** se e solo se la **verità** delle sue **premesse** implica la verità delle sue **conclusioni**, ossia quando le sue premesse sono vere, anche le sue conclusioni devono essere vere.

Un argomento è **valido** se e solo se è **impossibile che le sue premesse siano vere e le sue conclusioni siano false**

## Validità

Un argomento/ragionamento è **valido** se e solo se la **verità** delle sue **premesse** implica la verità delle sue **conclusioni**, ossia quando le sue premesse sono vere, anche le sue conclusioni devono essere vere.

Un argomento è **valido** se e solo se è **impossibile che le sue premesse siano vere e le sue conclusioni siano false**

Quando un argomento è valido, si dice che le sue conclusioni **seguono logicamente** dalle sue premesse

## Validità

Un argomento/ragionamento è **valido** se e solo se la **verità** delle sue **premesse** implica la verità delle sue **conclusioni**, ossia quando le sue premesse sono vere, anche le sue conclusioni devono essere vere.

Un argomento è **valido** se e solo se è **impossibile che le sue premesse siano vere e le sue conclusioni siano false**

Quando un argomento è valido, si dice che le sue conclusioni **seguono logicamente** dalle sue premesse



## Validità

Un argomento/ragionamento è **valido** se e solo se la **verità** delle sue **premesse** implica la verità delle sue **conclusioni**, ossia quando le sue premesse sono vere, anche le sue conclusioni devono essere vere.

Un argomento è **valido** se e solo se è **impossibile che le sue premesse siano vere e le sue conclusioni siano false**

Quando un argomento è valido, si dice che le sue conclusioni **seguono logicamente** dalle sue premesse

- (1) Tyrion Lannister beve  
(2) Tyrion Lannister sa cose  

---

Tyrion Lannister beve e sa cose

Valido



**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere.

**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere.  
Un argomento può essere valido anche se le premesse sono false.

## Rudimenti di Logica - Validità

**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere.  
Un argomento può essere valido anche se le premesse sono false.

### Esempio

# Rudimenti di Logica - Validità

**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere. Un argomento può essere valido anche se le premesse sono false.

## **Esempio**

Supponiamo che non ho passato il test di medicina perchè non ho risposto correttamente a tutte le domande. Risulta valido affermare che se avessi risposto correttamente a tutte le domande avrei passato il test, nonostante io non abbia effettivamente risposto correttamente a tutte le domande.

# Rudimenti di Logica - Validità

**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere. Un argomento può essere valido anche se le premesse sono false.

## Esempio

Supponiamo che non ho passato il test di medicina perchè non ho risposto correttamente a tutte le domande. Risulta valido affermare che se avessi risposto correttamente a tutte le domande avrei passato il test, nonostante io non abbia effettivamente risposto correttamente a tutte le domande.

Se avessi risposto correttamente a tutte le domande proposte avrei passato il test  
(supponiamo che) abbia risposto correttamente a tutte le domande del test del test

---

Avrei passato il test

Valido

# Rudimenti di Logica - Validità

**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere. Un argomento può essere valido anche se le premesse sono false.

## Esempio

Supponiamo che non ho passato il test di medicina perchè non ho risposto correttamente a tutte le domande. Risulta valido affermare che se avessi risposto correttamente a tutte le domande avrei passato il test, nonostante io non abbia effettivamente risposto correttamente a tutte le domande.

Se avessi risposto correttamente a tutte le domande proposte avrei passato il test  
(supponiamo che) abbia risposto correttamente a tutte le domande del test del test

---

Avrei passato il test

## Valido

L'argomento è valido nonostante **non sia vera** la premessa che ho risposto correttamente a tutte le domande al momento del test.





(In)validità

## (In)validità

Per mostrare che un argomento **non è valido** bisogna trovare uno scenario in cui le premesse sono **vere** e le conclusioni **false**

## (In)validità

Per mostrare che un argomento **non è valido** bisogna trovare uno scenario in cui le premesse sono **vere** e le conclusioni **false**

## Esempio

# Rudimenti di Logica - Validità

## (In)validità

Per mostrare che un argomento **non è valido** bisogna trovare uno scenario in cui le premesse sono **vere** e le conclusioni **false**

### Esempio

Il mare, visto dalla spiaggia, è blu

In tasca ho un oggetto blu

---

In tasca ho il mare

**non - valido**

# Rudimenti di Logica - Validità

## (In)validità

Per mostrare che un argomento **non è valido** bisogna trovare uno scenario in cui le premesse sono **vere** e le conclusioni **false**

### Esempio

Il mare, visto dalla spiaggia, è blu

**non - valido**

In tasca ho un oggetto blu

---

In tasca ho il mare

in tasca posso avere un portachiavi blu, ma chiaramente non il mare

# Rudimenti di Logica - Validità

## (In)validità

Per mostrare che un argomento **non è valido** bisogna trovare uno scenario in cui le premesse sono **vere** e le conclusioni **false**

### Esempio

Il mare, visto dalla spiaggia, è blu

non - valido

In tasca ho un oggetto blu

---

In tasca ho il mare

in tasca posso avere un portachiavi blu, ma chiaramente non il mare

Il pavimento della mia stanza è rettangolare

non - valido

un lato del pavimento (la base) misura 4 metri

l'altro lato del pavimento (l'altezza) misura 5 metri

---

La superficie del pavimento è di 16 metri quadrati

# Rudimenti di Logica - Validità

## (In)validità

Per mostrare che un argomento **non è valido** bisogna trovare uno scenario in cui le premesse sono **vere** e le conclusioni **false**

### Esempio

Il mare, visto dalla spiaggia, è blu non - valido  
In tasca ho un oggetto blu  

---

In tasca ho il mare

in tasca posso avere un portachiavi blu, ma chiaramente non il mare

Il pavimento della mia stanza è rettangolare non - valido  
un lato del pavimento (la base) misura 4 metri  
l'altro lato del pavimento (l'altezza) misura 5 metri  

---

La superficie del pavimento è di 16 metri quadrati

Chiaramente la conclusione è falsa date le premesse, la superficie è di 20 metri quadrati





**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere.

**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere.  
Un argomento può essere valido anche se le premesse sono false.

**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere.  
Un argomento può essere valido anche se le premesse sono false.

|                            |
|----------------------------|
| Tutti i cani sono verdi    |
| Ogni cosa verde è un prato |
| <hr/>                      |
| Tutti i cani sono prati    |

**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere.  
Un argomento può essere valido anche se le premesse sono false.

|                            |
|----------------------------|
| Tutti i cani sono verdi    |
| Ogni cosa verde è un prato |
| <hr/>                      |
| Tutti i cani sono prati    |

L'argomento è **valido**.

**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere.  
Un argomento può essere valido anche se le premesse sono false.

|                            |
|----------------------------|
| Tutti i cani sono verdi    |
| Ogni cosa verde è un prato |
| <hr/>                      |
| Tutti i cani sono prati    |

L'argomento è **valido**.

|   |
|---|
| Nessun umano è alto più di 1 metro e 50 |
| Johnny è un umano                       |
| <hr/>                                   |
| Johnny non è alto più di 1 metro e 50   |

**N.B.** un argomento valido non necessita che le sue premesse siano vere.  
Un argomento può essere valido anche se le premesse sono false.

|                            |
|----------------------------|
| Tutti i cani sono verdi    |
| Ogni cosa verde è un prato |
| <hr/>                      |
| Tutti i cani sono prati    |

L'argomento è **valido**.

|   |
|---|
| Nessun umano è alto più di 1 metro e 50 |
| Johnny è un umano                       |
| <hr/>                                   |
| Johnny non è alto più di 1 metro e 50   |

L'argomento è **valido**.

# Rudimenti di Game Theory

---





## Un Gioco

### Un Gioco

Un mago propone il seguente gioco: “Lancio una moneta, e tu scommetti su cosa esce: testa o croce. Se scommetti su **Testa** allora, se esce testa, vincerai € 10 e se esce croce vincerai € 5. Se scommetti su **Croce**, allora se esce testa non vincerai nulla, ma se esce croce vincerai € 4. Su cosa scommetti?”

## Un Gioco

Un mago propone il seguente gioco: “Lancio una moneta, e tu scommetti su cosa esce: testa o croce. Se scommetti su **Testa** allora, se esce testa, vincerai € 10 e se esce croce vincerai € 5. Se scommetti su **Croce**, allora se esce testa non vincerai nulla, ma se esce croce vincerai € 4. Su cosa scommetti?”

- Colonne = possibili scenari

## Un Gioco

Un mago propone il seguente gioco: “Lancio una moneta, e tu scommetti su cosa esce: testa o croce. Se scommetti su **Testa** allora, se esce testa, vincerai € 10 e se esce croce vincerai € 5. Se scommetti su **Croce**, allora se esce testa non vincerai nulla, ma se esce croce vincerai € 4. Su cosa scommetti?”

- Colonne = possibili scenari

|  | Testa | Croce |
|--|-------|-------|
|  |       |       |

## Un Gioco

Un mago propone il seguente gioco: “Lancio una moneta, e tu scommetti su cosa esce: testa o croce. Se scommetti su **Testa** allora, se esce testa, vincerai € 10 e se esce croce vincerai € 5. Se scommetti su **Croce**, allora se esce testa non vincerai nulla, ma se esce croce vincerai € 4. Su cosa scommetti?”

- Colonne = possibili scenari

|  | Testa | Croce |
|--|-------|-------|
|  |       |       |

- Righe = possibili scommesse/possibili azioni

# Rudimenti di Game Theory - Giochi senza incertezza

## Un Gioco

Un mago propone il seguente gioco: “Lancio una moneta, e tu scommetti su cosa esce: testa o croce. Se scommetti su **Testa** allora, se esce testa, vincerai € 10 e se esce croce vincerai € 5. Se scommetti su **Croce**, allora se esce testa non vincerai nulla, ma se esce croce vincerai € 4. Su cosa scommetti?”

- Colonne = possibili scenari

| Testa | Croce |
|-------|-------|
|       |       |

- Righe = possibili scommesse/possibili azioni

| Puntare su Testa |  |
|------------------|--|
| Puntare su Croce |  |

# Rudimenti di Game Theory - Giochi senza incertezza

## Un Gioco

Un mago propone il seguente gioco: “Lancio una moneta, e tu scommetti su cosa esce: testa o croce. Se scommetti su **Testa** allora, se esce testa, vincerai € 10 e se esce croce vincerai € 5. Se scommetti su **Croce**, allora se esce testa non vincerai nulla, ma se esce croce vincerai € 4. Su cosa scommetti?”

- Colonne = possibili scenari

| Testa | Croce |
|-------|-------|
|       |       |

- Righe = possibili scommesse/possibili azioni

| Puntare su Testa |  |
|------------------|--|
| Puntare su Croce |  |

- Tavola del gioco a premi:



# Rudimenti di Game Theory - Giochi senza incertezza

## Un Gioco

Un mago propone il seguente gioco: “Lancio una moneta, e tu scommetti su cosa esce: testa o croce. Se scommetti su **Testa** allora, se esce testa, vincerai € 10 e se esce croce vincerai € 5. Se scommetti su **Croce**, allora se esce testa non vincerai nulla, ma se esce croce vincerai € 4. Su cosa scommetti?”

- Colonne = possibili scenari

| Testa | Croce |
|-------|-------|
|       |       |

- Righe = possibili scommesse/possibili azioni

| Puntare su Testa |  |
|------------------|--|
| Puntare su Croce |  |

- Tavola del gioco a premi:

|                  | Testa | Croce |
|------------------|-------|-------|
| Puntare su Testa | € 10  | € 5   |
| Puntare su Croce | 0     | € 4   |



## Strategia Dominante

## Strategia Dominante

La **strategia dominante** è quella **possibile azione** che in **ogni possibile scenario**  $x$  viene ricompensata con un premio **più alto** del premio di ogni altra azione in quello scenario  $x$ . La strategia dominante è l'azione **più conveniente da fare**.

## Strategia Dominante

La **strategia dominante** è quella **possibile azione** che in **ogni possibile scenario**  $x$  viene ricompensata con un premio **più alto** del premio di ogni altra azione in quello scenario  $x$ . La strategia dominante è l'azione **più conveniente da fare**.

## Esempio

## Strategia Dominante

La **strategia dominante** è quella **possibile azione** che in **ogni possibile scenario**  $x$  viene ricompensata con un premio **più alto** del premio di ogni altra azione in quello scenario  $x$ . La strategia dominante è l'azione **più conveniente da fare**.

## Esempio

- Nello scenario **Testa**, la ricompensa di **Puntare su Testa** (€ 10) è maggiore della ricompensa di **Puntare su Croce** (€ 0)

## Strategia Dominante

La **strategia dominante** è quella **possibile azione** che in **ogni possibile scenario**  $x$  viene ricompensata con un premio **più alto** del premio di ogni altra azione in quello scenario  $x$ . La strategia dominante è l'azione **più conveniente da fare**.

## Esempio

- Nello scenario **Testa**, la ricompensa di **Puntare su Testa** (€ 10) è maggiore della ricompensa di **Puntare su Croce** (€ 0)

|                  | Testa |
|------------------|-------|
| Puntare su Testa | €10   |
| Puntare su Croce | €0    |

## Strategia Dominante

La **strategia dominante** è quella **possibile azione** che in **ogni possibile scenario**  $x$  viene ricompensata con un premio **più alto** del premio di ogni altra azione in quello scenario  $x$ . La strategia dominante è l'azione **più conveniente da fare**.

## Esempio

- Nello scenario **Testa**, la ricompensa di **Puntare su Testa** (€ 10) è maggiore della ricompensa di **Puntare su Croce** (€ 0)

|                  | Testa |
|------------------|-------|
| Puntare su Testa | €10   |
| Puntare su Croce | €0    |

- Nello scenario **Croce**, la ricompensa di **Puntare su Testa** (€ 5) è maggiore della ricompensa di **Puntare su Croce** (€ 4)



# Rudimenti di Game Theory - Giochi con Incertezza

## Strategia Dominante

La **strategia dominante** è quella **possibile azione** che in **ogni possibile scenario**  $x$  viene ricompensata con un premio **più alto** del premio di ogni altra azione in quello scenario  $x$ . La strategia dominante è l'azione **più conveniente da fare**.

## Esempio

- Nello scenario **Testa**, la ricompensa di **Puntare su Testa** (€ 10) è maggiore della ricompensa di **Puntare su Croce** (€ 0)

|                  | Testa |
|------------------|-------|
| Puntare su Testa | €10   |
| Puntare su Croce | €0    |

- Nello scenario **Croce**, la ricompensa di **Puntare su Testa** (€ 5) è maggiore della ricompensa di **Puntare su Croce** (€ 4)

|                  | Croce |
|------------------|-------|
| Puntare su Testa | €5    |
| Puntare su Croce | €4    |



**Un gioco...leggermente diverso**

### Un gioco...leggermente diverso

Scomette su testa. Il mago lancia la moneta, ma ahimè esce Croce. Non avete perso nulla nè guadagnato nulla. Ma in compenso il mago è simpatico vi siete divertiti. Anche il mago si è divertito e quindi vi propone un'altra possibilità di giocare. Questa volta però la scommessa non è gratuita, dovete scommettere una somma. La posta minima è € 2. Le ricompense non cambiano. Su cosa scommettete?

### Un gioco...leggermente diverso

Scommette su testa. Il mago lancia la moneta, ma ahimè esce Croce. Non avete perso nulla nè guadagnato nulla. Ma in compenso il mago è simpatico vi siete divertiti. Anche il mago si è divertito e quindi vi propone un'altra possibilità di giocare. Questa volta però la scommessa non è gratuita, dovete scommettere una somma. La posta minima è € 2. Le ricompense non cambiano. Su cosa scommettete?

|                  | Testa                | Croce             |
|------------------|----------------------|-------------------|
| Puntare su Testa | $(€ 10 - € 2) = € 8$ | $€ 5 - € 2 = € 3$ |
| Puntare su Croce | $0 - € 2 = -€ 2$     | $€ 4 - € 2 = € 2$ |

## Rudimenti di Game Theory - Giochi con Incertezza

### Un gioco...leggermente diverso

Scommette su testa. Il mago lancia la moneta, ma ahimè esce Croce. Non avete perso nulla nè guadagnato nulla. Ma in compenso il mago è simpatico vi siete divertiti. Anche il mago si è divertito e quindi vi propone un'altra possibilità di giocare. Questa volta però la scommessa non è gratuita, dovete scommettere una somma. La posta minima è € 2. Le ricompense non cambiano. Su cosa scommettete?

|                  | Testa              | Croce            |
|------------------|--------------------|------------------|
| Puntare su Testa | $(€ 10 - €2) = €8$ | $€ 5 - € 2 = €3$ |
| Puntare su Croce | $0 - € 2 = -€ 2$   | $€ 4 - € 2 = €2$ |

**Nel calcolare l'effettivo guadagno bisogna tener conto della somma puntata.**

## Rudimenti di Game Theory - Giochi con Incertezza

### Un gioco...leggermente diverso

Scommette su testa. Il mago lancia la moneta, ma ahimè esce Croce. Non avete perso nulla nè guadagnato nulla. Ma in compenso il mago è simpatico vi siete divertiti. Anche il mago si è divertito e quindi vi propone un'altra possibilità di giocare. Questa volta però la scommessa non è gratuita, dovete scommettere una somma. La posta minima è € 2. Le ricompense non cambiano. Su cosa scommettete?

|                  | Testa              | Croce            |
|------------------|--------------------|------------------|
| Puntare su Testa | $(€ 10 - €2) = €8$ | $€ 5 - € 2 = €3$ |
| Puntare su Croce | $0 - € 2 = -€ 2$   | $€ 4 - € 2 = €2$ |

**Nel calcolare l'effettivo guadagno bisogna tener conto della somma puntata. Scommettere su Testa è comunque più conveniente**





**Un gioco...truccato**

### Un gioco...truccato

Scommette ancora su testa. Il mago lancia la moneta, ma ahimè il risultato è di nuovo Croce. Avete perso €2, ma in compenso il mago è simpatico vi siete divertiti. Il mago a questo punto svela il suo trucco **la moneta è truccata**. La moneta è bilanciata in un certo modo affinché i risultati dei lanci siano quasi sempre Croce. Più precisamente, **la probabilità che esca Croce** è del 99%, cioè su 100 lanci, sono garantite almeno 99 volte in cui il risultato è Croce. “Dopo avervi svelato il trucco” - vi propone - “vi concedo un'altra possibilità. Questa volta però, se puntate su Croce e il risultato è croce, vi darò €10, e se puntate su Testa è il risultato è effettivamente Testa, ve ne darò ben €100! Scommettete? La posta in gioco è sempre €2”



Le cose sono cambiate, abbiamo scoperto che la moneta è truccata. Cosa ci conviene fare?

Le cose sono cambiate, abbiamo scoperto che la moneta è truccata. Cosa ci conviene fare?

- La probabilità che esca **Croce** è del 0.99, cioè quasi certo:  
 $p(\mathbf{Croce}) = 0.99$ .

Le cose sono cambiate, abbiamo scoperto che la moneta è truccata. Cosa ci conviene fare?

- La probabilità che esca **Croce** è del 0.99, cioè quasi certo:  
 $p(\mathbf{Croce}) = 0.99$ .
- La probabilità che esca **Testa** è  $1 - p(\mathbf{Croce}) = 1 - 0.99 = 0.01$

Le cose sono cambiate, abbiamo scoperto che la moneta è truccata. Cosa ci conviene fare?

- La probabilità che esca **Croce** è del 0.99, cioè quasi certo:  
 $p(\mathbf{Croce}) = 0.99$ .
- La probabilità che esca **Testa** è  $1 - p(\mathbf{Croce}) = 1 - 0.99 = 0.01$
- Il mago ha cambiato i premi:

## Rudimenti di Game Theory - Giochi con Incertezza

Le cose sono cambiate, abbiamo scoperto che la moneta è truccata. Cosa ci conviene fare?

- La probabilità che esca **Croce** è del 0.99, cioè quasi certo:  
 $p(\mathbf{Croce}) = 0.99$ .
- La probabilità che esca **Testa** è  $1 - p(\mathbf{Croce}) = 1 - 0.99 = 0.01$
- Il mago ha cambiato i premi:

|                         | <b>Testa</b>      | <b>Croce</b>    |
|-------------------------|-------------------|-----------------|
| <b>Puntare su Testa</b> | $€100 - €2 = €98$ | $€5 - €2 = €3$  |
| <b>Puntare su Croce</b> | $€0 - €2 = -€2$   | $€10 - €2 = €8$ |



## Rudimenti di Game Theory - Giochi con Incertezza

Le cose sono cambiate, abbiamo scoperto che la moneta è truccata. Cosa ci conviene fare?

- La probabilità che esca **Croce** è del 0.99, cioè quasi certo:  
 $p(\mathbf{Croce}) = 0.99$ .
- La probabilità che esca **Testa** è  $1 - p(\mathbf{Croce}) = 1 - 0.99 = 0.01$
- Il mago ha cambiato i premi:

|                         | <b>Testa</b>      | <b>Croce</b>    |
|-------------------------|-------------------|-----------------|
| <b>Puntare su Testa</b> | $€100 - €2 = €98$ | $€5 - €2 = €3$  |
| <b>Puntare su Croce</b> | $€0 - €2 = -€2$   | $€10 - €2 = €8$ |

Su cosa conviene scommettere?



Utilità attesa

### Utilità attesa

L'utilità attesa di un'azione  $x$ , che indichiamo con  $Ex(x)$ , è la media ponderata delle ricompense dell'azione  $x$  nei vari stati possibili, pesata secondo le probabilità associate ad ogni stato possibile.

## Utilità attesa

L'utilità attesa di un'azione  $x$ , che indichiamo con  $Ex(x)$ , è la media ponderata delle ricompense dell'azione  $x$  nei vari stati possibili, pesata secondo le probabilità associate ad ogni stato possibile.

## Esempio

# Game Theory - Utilità Attesa

## Utilità attesa

L'utilità attesa di un'azione  $x$ , che indichiamo con  $Ex(x)$ , è la media ponderata delle ricompense dell'azione  $x$  nei vari stati possibili, pesata secondo le probabilità associate ad ogni stato possibile.

## Esempio

- $p(\text{Testa}) = 0.99$
- $p(\text{Croce}) = 0.01$

|                  | Testa             | Croce           |
|------------------|-------------------|-----------------|
| Puntare su Testa | $€100 - €2 = €98$ | $€5 - €2 = €3$  |
| Puntare su Croce | $€0 - €2 = -€2$   | $€10 - €2 = €8$ |

## Utilità attesa

L'utilità attesa di un'azione  $x$ , che indichiamo con  $Ex(x)$ , è la media ponderata delle ricompense dell'azione  $x$  nei vari stati possibili, pesata secondo le probabilità associate ad ogni stato possibile.

## Esempio

- $p(\mathbf{Testa}) = 0.99$
- $p(\mathbf{Croce}) = 0.01$

|                         | <b>Testa</b>    | <b>Croce</b>  |
|-------------------------|-----------------|---------------|
| <b>Puntare su Testa</b> | €100 – €2 = €98 | €5 – €2 = €3  |
| <b>Puntare su Croce</b> | €0 – €2 = –€2   | €10 – €2 = €8 |

- $Ex(\mathbf{Puntare\ su\ Croce}) = p(\mathbf{Testa}) \times 98 + p(\mathbf{Croce}) \times 3 = 3.95$

## Utilità attesa

L'utilità attesa di un'azione  $x$ , che indichiamo con  $Ex(x)$ , è la media ponderata delle ricompense dell'azione  $x$  nei vari stati possibili, pesata secondo le probabilità associate ad ogni stato possibile.

## Esempio

- $p(\mathbf{Testa}) = 0.99$
- $p(\mathbf{Croce}) = 0.01$

|                         | <b>Testa</b>    | <b>Croce</b>  |
|-------------------------|-----------------|---------------|
| <b>Puntare su Testa</b> | €100 - €2 = €98 | €5 - €2 = €3  |
| <b>Puntare su Croce</b> | €0 - €2 = -€2   | €10 - €2 = €8 |

- $Ex(\mathbf{Puntare su Croce}) = p(\mathbf{Testa}) \times 98 + p(\mathbf{Croce}) \times 3 = 3.95$
- $Ex(\mathbf{Puntare su Testa}) = p(\mathbf{Testa}) \times -2 + p(\mathbf{Croce}) \times 8 = 7.9$





**Strategia Dominante (generalizzata)**

### Strategia Dominante (generalizzata)

In un gioco con incertezza la **strategia dominante** è quella azione la cui utilità attesa è maggiore dell'utilità attesa di tutte le altre azioni. La strategia dominante è l'azione più conveniente da fare.

## Strategia Dominante (generalizzata)

In un gioco con incertezza la **strategia dominante** è quella azione la cui utilità attesa è maggiore dell'utilità attesa di tutte le altre azioni. La strategia dominante è l'azione più conveniente da fare.

## Esempio

# Rudimenti di Game Theory - Giochi con Incertezza

## Strategia Dominante (generalizzata)

In un gioco con incertezza la **strategia dominante** è quella azione la cui utilità attesa è maggiore dell'utilità attesa di tutte le altre azioni. La strategia dominante è l'azione più conveniente da fare.

### Esempio

|                  | Testa             | Croce           |
|------------------|-------------------|-----------------|
| Puntare su Testa | $€100 - €2 = €98$ | $€5 - €2 = €3$  |
| Puntare su Croce | $€0 - €2 = -€2$   | $€10 - €2 = €8$ |

## Strategia Dominante (generalizzata)

In un gioco con incertezza la **strategia dominante** è quella azione la cui utilità attesa è maggiore dell'utilità attesa di tutte le altre azioni. La strategia dominante è l'azione più conveniente da fare.

### Esempio

|                  | Testa             | Croce           |
|------------------|-------------------|-----------------|
| Puntare su Testa | $€100 - €2 = €98$ | $€5 - €2 = €3$  |
| Puntare su Croce | $€0 - €2 = -€2$   | $€10 - €2 = €8$ |

- $Ex(\text{Puntare su Croce}) = 7.9 > Ex(\text{Puntare su Testa}) = 3.95$

## Strategia Dominante (generalizzata)

In un gioco con incertezza la **strategia dominante** è quella azione la cui utilità attesa è maggiore dell'utilità attesa di tutte le altre azioni. La strategia dominante è l'azione più conveniente da fare.

### Esempio

|                  | Testa             | Croce           |
|------------------|-------------------|-----------------|
| Puntare su Testa | $€100 - €2 = €98$ | $€5 - €2 = €3$  |
| Puntare su Croce | $€0 - €2 = -€2$   | $€10 - €2 = €8$ |

- $Ex(\text{Puntare su Croce}) = 7.9 > Ex(\text{Puntare su Testa}) = 3.95$

Conviene puntare su Croce!

## Strategia Dominante (generalizzata)

In un gioco con incertezza la **strategia dominante** è quella azione la cui utilità attesa è maggiore dell'utilità attesa di tutte le altre azioni. La strategia dominante è l'azione più conveniente da fare.

### Esempio

|                  | Testa             | Croce           |
|------------------|-------------------|-----------------|
| Puntare su Testa | $€100 - €2 = €98$ | $€5 - €2 = €3$  |
| Puntare su Croce | $€0 - €2 = -€2$   | $€10 - €2 = €8$ |

- $Ex(\text{Puntare su Croce}) = 7.9 > Ex(\text{Puntare su Testa}) = 3.95$

**Conviene puntare su Croce!** L'azione più conveniente da compiere è quella che massimizza l'utilità attesa.





Possiamo combinare i nostri rudimenti di logica e rudimenti di game theory per studiare argomenti di convenienza

Possiamo combinare i nostri rudimenti di logica e rudimenti di game theory per studiare **argomenti di convenienza**

## Convenienza

Possiamo combinare i nostri rudimenti di logica e rudimenti di game theory per studiare **argomenti di convenienza**

## Convenienza

Un argomento di convenienza ha come **premesse**:

- un gioco (rappresentato da un tabella)

Possiamo combinare i nostri rudimenti di logica e rudimenti di game theory per studiare **argomenti di convenienza**

## Convenienza

Un argomento di convenienza ha come **premesse**:

- un gioco (rappresentato da un tabella)
- delle assunzioni (possibilmente nessuna) sulla probabilità assegnata agli scenari possibili in tabella

Possiamo combinare i nostri rudimenti di logica e rudimenti di game theory per studiare **argomenti di convenienza**

## Convenienza

Un argomento di convenienza ha come **premesse**:

- un gioco (rappresentato da un tabella)
- delle assunzioni (possibilmente nessuna) sulla probabilità assegnata agli scenari possibili in tabella

e come **conclusioni**:

Possiamo combinare i nostri rudimenti di logica e rudimenti di game theory per studiare **argomenti di convenienza**

## Convenienza

Un argomento di convenienza ha come **premesse**:

- un gioco (rappresentato da un tabella)
- delle assunzioni (possibilmente nessuna) sulla probabilità assegnata agli scenari possibili in tabella

e come **conclusioni**:

- un giudizio sull'azione più conveniente da fare





**Esempio:**

**Esempio:**

|                         | <b>Testa</b> | <b>Croce</b> |
|-------------------------|--------------|--------------|
| <b>Puntare su Testa</b> | € 10         | € 5          |
| <b>Puntare su Croce</b> | 0            | € 4          |

---

Conviene puntare su testa

Esempio:

|                  | Testa | Croce |
|------------------|-------|-------|
| Puntare su Testa | € 10  | € 5   |
| Puntare su Croce | 0     | € 4   |

---

Conviene puntare su testa

L'argomento è **valido** perchè puntare su testa è la strategia dominante

Esempio:

|                  | Testa | Croce |
|------------------|-------|-------|
| Puntare su Testa | € 10  | € 5   |
| Puntare su Croce | 0     | € 4   |

---

Conviene puntare su testa

L'argomento è **valido** perchè puntare su testa è la strategia dominante

|                  | Testa | Croce |
|------------------|-------|-------|
| Puntare su Testa | € 10  | € 5   |
| Puntare su Croce | 0     | € 4   |

---

Conviene puntare su croce

Esempio:

|                  | Testa | Croce |
|------------------|-------|-------|
| Puntare su Testa | € 10  | € 5   |
| Puntare su Croce | 0     | € 4   |

---

Conviene puntare su testa

L'argomento è **valido** perchè puntare su testa è la strategia dominante

|                  | Testa | Croce |
|------------------|-------|-------|
| Puntare su Testa | € 10  | € 5   |
| Puntare su Croce | 0     | € 4   |

---

Conviene puntare su croce

L'argomento **non è valido** perchè puntare su testa è la strategia dominante



**Esempio:**

**Esempio:**

$$p(\text{Croce}) = 0.99$$

$$p(\text{Testa}) = 0.01$$

|                         | <b>Testa</b>                           | <b>Croce</b>                         |
|-------------------------|--|--------------------------------------|
| <b>Puntare su Testa</b> | $\text{€}100 - \text{€}2 = \text{€}98$ | $\text{€}5 - \text{€}2 = \text{€}3$  |
| <b>Puntare su Croce</b> | $\text{€}0 - \text{€}2 = -\text{€}2$   | $\text{€}10 - \text{€}2 = \text{€}8$ |

Conviene puntare su Croce (poichè è l'azione con massima utilità attesa)



**Esempio:**

$$p(\text{Croce}) = 0.99$$

$$p(\text{Testa}) = 0.01$$

|                  | Testa             | Croce           |
|------------------|-------------------|-----------------|
| Puntare su Testa | $€100 - €2 = €98$ | $€5 - €2 = €3$  |
| Puntare su Croce | $€0 - €2 = -€2$   | $€10 - €2 = €8$ |

Conviene puntare su Croce (poichè è l'azione con massima utilità attesa)

L'argomento è **valido**

Cerchiamo di applicare questo setting alla scommessa di Pascal

# La Scommessa

---



*Esaminiamo dunque questo punto e diciamo: **Dio esiste o non esiste**. Ma verso quale parte propenderemo? La ragione qui non può stabilire nulla. Un abisso infinito ci separa. All'estremità di quest'infinita distanza si gioca una partita dove capiterà testa o croce: su cosa punterete? [...] Poiché bisogna scegliere per forza [...] [s]oppesiamo la vincita e la perdita, **qualora voi sceglieste croce che Dio esiste**. Valutiamo questi due casi: **se vincete, vincete tutto; se perdetevi, non perdetevi nulla**. Scommettete dunque che esiste, senza esitare!*

*Blaise Pascal, "Opere Complete", a cura di Maria Vita Romeo.*

# L'argomento per Dominanza

## L'argomento per Dominanza

|                                  | <b>Dio esiste</b> | <b>Dio non esiste</b> |
|----------------------------------|-------------------|-----------------------|
| <b>Puntare su Dio esiste</b>     | Tutto             | Status quo            |
| <b>Puntare su Dio non esiste</b> | Miseria           | Status quo            |

---

*Scommettete dunque che esiste, senza esitare!*

## L'argomento per Dominanza

|                                  | <b>Dio esiste</b> | <b>Dio non esiste</b> |
|----------------------------------|-------------------|-----------------------|
| <b>Puntare su Dio esiste</b>     | Tutto             | Status quo            |
| <b>Puntare su Dio non esiste</b> | Miseria           | Status quo            |

---

*Scommettete dunque che esiste, senza esitare!*



## L'argomento per Dominanza

|                                  | <b>Dio esiste</b> | <b>Dio non esiste</b> |
|----------------------------------|-------------------|-----------------------|
| <b>Puntare su Dio esiste</b>     | Tutto             | Status quo            |
| <b>Puntare su Dio non esiste</b> | Miseria           | Status quo            |

---

*Scommettete dunque che esiste, senza esitare!*

...perchè è l'azione più conveniente (dominante)!



**Scommettere sul fatto che Dio esiste non domina l'azione di scommettere che Dio non esiste.**

**Scommettere sul fatto che Dio esiste non domina l'azione di scommettere che Dio non esiste.**

*È sorprendente. Sì, bisogna scommettere. Ma forse scommetto troppo.*

## L'argomento per Dominanza - Obiezioni

Scommettere sul fatto che Dio esiste non domina l'azione di scommettere che Dio non esiste.

*È sorprendente. Sì, bisogna scommettere. Ma forse scommetto troppo.*

|                                  | <b>Dio esiste</b> | <b>Dio non esiste</b> |
|----------------------------------|-------------------|-----------------------|
| <b>Puntare su Dio esiste</b>     | Tutto             | Status quo            |
| <b>Puntare su Dio non esiste</b> | Miseria           | Status quo            |

1. **Dio esiste.** Tutto > Miseria.
2. **Dio non esiste.** Status quo = Status quo



*Siccome vi è **pari probabilità di vincita e di perdita**, se non aveste da vincere che due vite contro una, potreste ancora scommettere. Ma se ve ne fossero tre da vincere, dovrete giocare (visto che siete nella necessità di giocare) e voi sareste considerato, costretto come siete a giocare, a non mettere in gioco la vostra vita per guadagnarne tre, in una partita in cui è uguale la probabilità di perdita e di vincita. Ma qui **c'è un'eternità di vita e di felicità**.*





- La **probabilità** che Dio esiste è  $\frac{1}{2}$  (“Pari probabilità di vincita e di perdita”)

## L'argomento secondo Utilità Attesa

- La **probabilità** che Dio esiste è  $\frac{1}{2}$  (“Pari probabilità di vincita e di perdita”)
- Scommettere su Dio ha un premio **infinito**, se Dio esiste (“C'è un'eternità di vita e di felicità”)

## L'argomento secondo Utilità Attesa

- La **probabilità** che Dio esiste è  $\frac{1}{2}$  (“Pari probabilità di vincita e di perdita”)
- Scommettere su Dio ha un premio **infinito**, se Dio esiste (“C'è un'eternità di vita e di felicità”)

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | Status quo     |
| Puntare su Dio non esiste | Miseria    | Status quo     |

---

Puntare su Dio esiste è l'azione più conveniente da fare, poichè massimizza l'utilità attesa. *Scommettete dunque che esiste, senza esitare!*



*E in questo caso, **quand'anche le probabilità fossero infinite e una sola a vostro favore, avreste ancora ragione a scommettere uno per due, mentre agireste in maniera sconsiderata se, costretto come siete a giocare, rifiutaste di giocare una vita contro tre in un gioco nel quale su infinite probabilità ve n'è una a vostro favore, cioè la vincita di un'infinità di vita infinitamente felice. Ma qui c'è da guadagnare un'infinità di vita infinitamente felice, una probabilità di vincita contro un numero finito di probabilità di perdita, e la vostra puntata è limitata. Questo esclude ogni altra posta in gioco: **dovunque vi sia l'infinito e non vi sia un'infinità di probabilità di perdita contro quella della vincita, non c'è da tentennare, bisogna dare tutto.*****



- La **probabilità** che Dio esiste è **positiva**  $> 0$  (“Quand’anche le probabilità fossero infinite e una sola a vostro favore”)

## L'argomento Generale

- La **probabilità** che Dio esiste è **positiva**  $> 0$  (“Quand’anche le probabilità fossero infinite e una sola a vostro favore”)
- Scommettere su Dio ha un premio **infinito**, se Dio esiste (“Qui c’è da guadagnare un’infinità di vita infinitamente felice”)



# L'argomento Generale

- La **probabilità** che Dio esiste è **positiva**  $> 0$  (“Quand’anche le probabilità fossero infinite e una sola a vostro favore”)
- Scommettere su Dio ha un premio **infinito**, se Dio esiste (“Qui c’è da guadagnare un’infinità di vita infinitamente felice”)

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

con  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  “quantità finite”

---

*Scommettete dunque che esiste, senza esitare! Non c’è da tentennare, bisogna dare tutto! Puntare su Dio è l’azione più conveniente da fare.*



# L'argomento Generale

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

# L'argomento Generale

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

$p(\text{Dio esiste})$  indica la probabilità che Dio esiste

# L'argomento Generale

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

$p(\text{Dio esiste})$  indica la probabilità che Dio esiste

$p(\text{Dio non esiste})$  indica la probabilità che Dio *non* esiste

# L'argomento Generale

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

$p(\mathbf{Dio\ esiste})$  indica la probabilità che Dio esiste

$p(\mathbf{Dio\ non\ esiste})$  indica la probabilità che Dio *non* esiste

$$p(\mathbf{Dio\ non\ esiste}) = 1 - p(\mathbf{Dio\ esiste})$$

# L'argomento Generale

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

$p(\mathbf{Dio\ esiste})$  indica la probabilità che Dio esiste

$p(\mathbf{Dio\ non\ esiste})$  indica la probabilità che Dio *non* esiste

$$p(\mathbf{Dio\ non\ esiste}) = 1 - p(\mathbf{Dio\ esiste})$$

- $Ex(\mathbf{Puntare\ su\ Dio\ esiste}) =$   
 $p(\mathbf{Dio\ esiste}) \times \infty + p(\mathbf{Dio\ non\ esiste}) \times f_1 = \infty$

# L'argomento Generale

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

$p(\mathbf{Dio\ esiste})$  indica la probabilità che Dio esiste

$p(\mathbf{Dio\ non\ esiste})$  indica la probabilità che Dio *non* esiste

$$p(\mathbf{Dio\ non\ esiste}) = 1 - p(\mathbf{Dio\ esiste})$$

- $Ex(\mathbf{Puntare\ su\ Dio\ esiste}) =$   
 $p(\mathbf{Dio\ esiste}) \times \infty + p(\mathbf{Dio\ non\ esiste}) \times f_1 = \infty$
- $Ex(\mathbf{Puntare\ su\ Dio\ non\ esiste}) =$   
 $p(\mathbf{Dio\ esiste}) \times f_2 + p(\mathbf{Dio\ non\ esiste}) \times f_3$



# L'argomento Generale

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

$p(\text{Dio esiste})$  indica la probabilità che Dio esiste

$p(\text{Dio non esiste})$  indica la probabilità che Dio *non* esiste

$$p(\text{Dio non esiste}) = 1 - p(\text{Dio esiste})$$

- $Ex(\text{Puntare su Dio esiste}) =$   
 $p(\text{Dio esiste}) \times \infty + p(\text{Dio non esiste}) \times f_1 = \infty$
- $Ex(\text{Puntare su Dio non esiste}) =$   
 $p(\text{Dio esiste}) \times f_2 + p(\text{Dio non esiste}) \times f_3$

$Ex(\text{Puntare su Dio non esiste})$  è finito

# L'argomento Generale

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

$p(\text{Dio esiste})$  indica la probabilità che Dio esiste

$p(\text{Dio non esiste})$  indica la probabilità che Dio *non* esiste

$$p(\text{Dio non esiste}) = 1 - p(\text{Dio esiste})$$

- $Ex(\text{Puntare su Dio esiste}) =$   
 $p(\text{Dio esiste}) \times \infty + p(\text{Dio non esiste}) \times f_1 = \infty$
- $Ex(\text{Puntare su Dio non esiste}) =$   
 $p(\text{Dio esiste}) \times f_2 + p(\text{Dio non esiste}) \times f_3$

$Ex(\text{Puntare su Dio non esiste})$  è finito

$Ex(\text{Puntare su Dio esiste})$  è infinito

# L'argomento Generale

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

$p(\text{Dio esiste})$  indica la probabilità che Dio esiste

$p(\text{Dio non esiste})$  indica la probabilità che Dio *non* esiste

$$p(\text{Dio non esiste}) = 1 - p(\text{Dio esiste})$$

- $Ex(\text{Puntare su Dio esiste}) =$   
 $p(\text{Dio esiste}) \times \infty + p(\text{Dio non esiste}) \times f_1 = \infty$
- $Ex(\text{Puntare su Dio non esiste}) =$   
 $p(\text{Dio esiste}) \times f_2 + p(\text{Dio non esiste}) \times f_3$

$Ex(\text{Puntare su Dio non esiste})$  è finito

$Ex(\text{Puntare su Dio esiste})$  è infinito

$Ex(\text{Puntare su Dio esiste}) > Ex(\text{Puntare su Dio non esiste})$



*esiste un infinito nei numeri, ma non sappiamo che cosa esso sia: è errato che sia pari, è errato che sia dispari, perché, **aggiungendo l'unità, esso non cambia di natura;***

*esiste un infinito nei numeri, ma non sappiamo che cosa esso sia: è errato che sia pari, è errato che sia dispari, perché, **aggiungendo l'unità, esso non cambia di natura;***

- $\infty + n = n$ , per  $n \in \mathbb{R}$

*esiste un infinito nei numeri, ma non sappiamo che cosa esso sia: è errato che sia pari, è errato che sia dispari, perché, **aggiungendo l'unità, esso non cambia di natura;***

- $\infty + n = n$ , per  $n \in \mathbb{R}$
- $\infty \times n = \infty$ , per  $n > 0 \in \mathbb{R}$

# L'argomento generale - a chi è rivolto?



## L'argomento generale - a chi è rivolto?

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

se  $p(\mathbf{Dio\ esiste}) = 0$ , allora l'argomento non ci tocca:

## L'argomento generale - a chi è rivolto?

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

se  $p(\mathbf{Dio\ esiste}) = 0$ , allora l'argomento non ci tocca:

se  $p(\mathbf{Dio\ esiste}) > 0$ , allora l'argomento è cogente :

## L'argomento generale - a chi è rivolto?

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

se  $p(\text{Dio esiste}) = 0$ , allora l'argomento non ci tocca:

se  $p(\text{Dio esiste}) > 0$ , allora l'argomento è cogente :

- $Ex(\text{Puntare su Dio esiste}) =$   
 $p(\text{Dio esiste}) \times \infty + p(\text{Dio non esiste}) \times f_1 = \infty$

## L'argomento generale - a chi è rivolto?

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

se  $p(\text{Dio esiste}) = 0$ , allora l'argomento non ci tocca:

se  $p(\text{Dio esiste}) > 0$ , allora l'argomento è cogente :

- $Ex(\text{Puntare su Dio esiste}) = p(\text{Dio esiste}) \times \infty + p(\text{Dio non esiste}) \times f_1 = \infty$
- $Ex(\text{Puntare su Dio esiste}) > Ex(\text{Puntare su Dio non esiste})$

## L'argomento generale - a chi è rivolto?

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

se  $p(\text{Dio esiste}) = 0$ , allora l'argomento non ci tocca:

se  $p(\text{Dio esiste}) > 0$ , allora l'argomento è cogente :

- $Ex(\text{Puntare su Dio esiste}) = p(\text{Dio esiste}) \times \infty + p(\text{Dio non esiste}) \times f_1 = \infty$
- $Ex(\text{Puntare su Dio esiste}) > Ex(\text{Puntare su Dio non esiste})$

Anche se  $p(\text{Dio esiste}) = 0.00000000000000000009$ , cioè anche se è bassissima la probabilità che attribuiamo alla possibilità che Dio esista, puntare su Dio esiste sarà sempre più conveniente

# Obiezioni

---



Secondo alcuni autori gli argomenti di Pascal in favore di Dio sono **validi**  
(Hacking 1972, Monton 2011)



Secondo alcuni autori gli argomenti di Pascal in favore di Dio sono **validi** (Hacking 1972, Monton 2011)

Secondo altri autori gli argomenti di Pascal in favore di Dio **non sono validi** (e.g. Hájek 2012;2018)

Secondo alcuni autori gli argomenti di Pascal in favore di Dio sono **validi** (Hacking 1972, Monton 2011)

Secondo altri autori gli argomenti di Pascal in favore di Dio **non sono validi** (e.g. Hájek 2012;2018)

**N.B.**

Secondo alcuni autori gli argomenti di Pascal in favore di Dio sono **validi** (Hacking 1972, Monton 2011)

Secondo altri autori gli argomenti di Pascal in favore di Dio **non sono validi** (e.g. Hájek 2012;2018)

**N.B.**

**Mostrare che un argomento non è valido è minare la sua cogenza: anche se ne accettiamo le premesse, non è detto che dobbiamo accettarne le conclusioni**



Per dimostrare che un argomento non è valido è sufficiente mostrare che:

Per dimostrare che un argomento non è valido è sufficiente mostrare che:

- Le sue premesse sono vere

Per dimostrare che un argomento non è valido è sufficiente mostrare che:

- Le sue premesse sono vere
- La sue conclusioni sono false

# Obiezioni

Per dimostrare che un argomento non è valido è sufficiente mostrare che:

- Le sue premesse sono vere
- La sue conclusioni sono false
- $p(\text{Dio esiste}) > 0$
- Puntare su Dio esiste ha un premio **infinito**

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

con  $f_1, f_2$  e  $f_3$  “quantità finite”

---

*Scommettete dunque che esiste, senza esitare! Non c'è da tentennare, bisogna dare tutto!* Puntare su Dio è l'azione più conveniente





La classiche obiezioni all'argomento di pascal attaccano le sue premesse: sostengono che le premesse non siano vere! (e.g Many God Objection)

# Obiezioni

La classiche obiezioni all'argomento di pascal attaccano le sue premesse: sostengono che le premesse non siano vere! (e.g Many God Objection)

**Queste obiezioni non intaccano la cogenza dell'argomento: chi accetta le premesse, deve (logicamente/razionalmente) scommettere su Dio!**

# Obiezioni

La classiche obiezioni all'argomento di pascal attaccano le sue premesse: sostengono che le premesse non siano vere! (e.g Many God Objection)

**Queste obiezioni non intaccano la cogenza dell'argomento: chi accetta le premesse, deve (logicamente/razionalmente) scommettere su Dio!**

## Obiezioni alla validità

# Obiezioni

La classiche obiezioni all'argomento di pascal attaccano le sue premesse: sostengono che le premesse non siano vere! (e.g Many God Objection)

**Queste obiezioni non intaccano la cogenza dell'argomento: chi accetta le premesse, deve (logicamente/razionalmente) scommettere su Dio!**

## **Obiezioni alla validità**

L'argomento di Pascal invece ha un difetto di validità: non è valido, se accettiamo le sue premesse come vere, la sua conclusione, i.e. scommettere su Dio è più conveniente, non segue logicamente

# Obiezioni

La classiche obiezioni all'argomento di pascal attaccano le sue premesse: sostengono che le premesse non siano vere! (e.g Many God Objection)

**Queste obiezioni non intaccano la cogenza dell'argomento: chi accetta le premesse, deve (logicamente/razionalmente) scommettere su Dio!**

## **Obiezioni alla validità**

L'argomento di Pascal invece ha un difetto di validità: non è valido, se accettiamo le sue premesse come vere, la sua conclusione, i.e. scommettere su Dio è più conveniente, non segue logicamente

- Anche se le sue premesse sono vere, la conclusione non segue logicamente

La classiche obiezioni all'argomento di pascal attaccano le sue premesse: sostengono che le premesse non siano vere! (e.g Many God Objection)

**Queste obiezioni non intaccano la cogenza dell'argomento: chi accetta le premesse, deve (logicamente/razionalmente) scommettere su Dio!**

## Obiezioni alla validità

L'argomento di Pascal invece ha un difetto di validità: non è valido, se accettiamo le sue premesse come vere, la sua conclusione, i.e. scommettere su Dio è più conveniente, non segue logicamente

- Anche se le sue premesse sono vere, la conclusione non segue logicamente
- In particolare, le sue premesse sono vere, ma scommettere su Dio non è l'azione più conveniente da fare date le premesse





Riformuliamo la conclusione dell'argomento di Pascal in una maniera diversa ma equivalente:

Riformuliamo la conclusione dell'argomento di Pascal in una maniera diversa ma equivalente:

- **Conclusione:** puntate su Dio! (perchè è la cosa più conveniente)

Riformuliamo la conclusione dell'argomento di Pascal in una maniera diversa ma equivalente:

- **Conclusione:** puntate su Dio! (perchè è la cosa più conveniente)
- **Riformulazione:**

Riformuliamo la conclusione dell'argomento di Pascal in una maniera diversa ma equivalente:

- **Conclusione:** puntate su Dio! (perchè è la cosa più conveniente)
- **Riformulazione:**
  - $p(\text{puntare su Dio esiste}) = 1$  indica che si compie l'azione di puntare su Dio esiste

Riformuliamo la conclusione dell'argomento di Pascal in una maniera diversa ma equivalente:

- **Conclusione:** puntate su Dio! (perchè è la cosa più conveniente)
- **Riformulazione:**
  - $p(\text{puntare su Dio esiste}) = 1$  indica che si compie l'azione di puntare su Dio esiste
  - $p(\text{puntare su Dio esiste}) = 0$  indica che non si compie l'azione di puntare su Dio esiste

Riformuliamo la conclusione dell'argomento di Pascal in una maniera diversa ma equivalente:

- **Conclusione:** puntate su Dio! (perchè è la cosa più conveniente)
- **Riformulazione:**
  - $p(\text{puntare su Dio esiste}) = 1$  indica che si compie l'azione di puntare su Dio esiste
  - $p(\text{puntare su Dio esiste}) = 0$  indica che non si compie l'azione di puntare su Dio esiste
  - la conclusione di Pascal può essere riformulate come

Riformuliamo la conclusione dell'argomento di Pascal in una maniera diversa ma equivalente:

- **Conclusione:** puntate su Dio! (perchè è la cosa più conveniente)
- **Riformulazione:**
  - $p(\text{puntare su Dio esiste}) = 1$  indica che si compie l'azione di puntare su Dio esiste
  - $p(\text{puntare su Dio esiste}) = 0$  indica che non si compie l'azione di puntare su Dio esiste
  - la conclusione di Pascal può essere riformulate come "Scegliete di puntare su Dio!". Cioè assegnate valore 1 a **Puntare su Dio esiste**, poichè è la cosa più conveniente





Ma i parametri 1 e 0 che possiamo associare a **puntare su Dio esiste** e **puntare su Dio non esiste** possono essere “accordati” diversamente:

Ma i parametri 1 e 0 che possiamo associare a **puntare su Dio esiste** e **puntare su Dio non esiste** possono essere “accordati” diversamente:

- $p(\text{puntare su Dio esiste}) = \frac{1}{2}$ , cioè scelgo di puntare su Dio esiste al 50%, ossia ho il 50% di probabilità di scegliere di puntare su Dio esiste.

Ma i parametri 1 e 0 che possiamo associare a **puntare su Dio esiste** e **puntare su Dio non esiste** possono essere “accordati” diversamente:

- $p(\text{puntare su Dio esiste}) = \frac{1}{2}$ , cioè scelgo di puntare su Dio esiste al 50%, ossia ho il 50% di probabilità di scegliere di puntare su Dio esiste.
- $p(\text{puntare su Dio non esiste}) = \frac{1}{2}$ , cioè scelgo di puntare su Dio non esiste al 50 %, ossia ho il 50% di probabilità di scegliere di puntare su Dio non esiste.



**Esempio**

### Esempio

Assumiamo le premesse dell'argomento di Pascal. Anzichè scommettere direttamente su Dio esiste, decido di scegliere in base al lancio di una moneta (non truccata), cioè c'è una probabilità del 50% che esca testa, e 50% di probabilità che esca croce:

## Esempio

Assumiamo le premesse dell'argomento di Pascal. Anzichè scommettere direttamente su Dio esiste, decido di scegliere in base al lancio di una moneta (non truccata), cioè c'è una probabilità del 50% che esca testa, e 50% di probabilità che esca croce:

- Se (e solo se) esce **testa**, **puntare su Dio Esiste**
- Se (e solo se) esce **croce**, **puntare su Dio non Esiste**

## Esempio

Assumiamo le premesse dell'argomento di Pascal. Anzichè scommettere direttamente su Dio esiste, decido di scegliere in base al lancio di una moneta (non truccata), cioè c'è una probabilità del 50% che esca testa, e 50% di probabilità che esca croce:

- Se (e solo se) esce **testa**, **puntare su Dio Esiste**
- Se (e solo se) esce **croce**, **puntare su Dio non Esiste**

Questo è analogo a dire che:



## Esempio

Assumiamo le premesse dell'argomento di Pascal. Anzichè scommettere direttamente su Dio esiste, decido di scegliere in base al lancio di una moneta (non truccata), cioè c'è una probabilità del 50% che esca testa, e 50% di probabilità che esca croce:

- Se (e solo se) esce **testa**, **puntare su Dio Esiste**
- Se (e solo se) esce **croce**, **puntare su Dio non Esiste**

Questo è analogo a dire che:

- $p(\text{Puntare su Dio esiste}) = \frac{1}{2} = 50\%$ , cioè scelgo di puntare su Dio esiste col 50% di probabilità

## Esempio

Assumiamo le premesse dell'argomento di Pascal. Anzichè scommettere direttamente su Dio esiste, decido di scegliere in base al lancio di una moneta (non truccata), cioè c'è una probabilità del 50% che esca testa, e 50% di probabilità che esca croce:

- Se (e solo se) esce **testa**, **puntare su Dio Esiste**
- Se (e solo se) esce **croce**, **puntare su Dio non Esiste**

Questo è analogo a dire che:

- $p(\text{Puntare su Dio esiste}) = \frac{1}{2} = 50\%$ , cioè scelgo di puntare su Dio esiste col 50% di probabilità
- $p(\text{Puntare su Dio esiste}) = \frac{1}{2} = 50\%$ , cioè scelgo di puntare su Dio non esiste col 50% di probabilità



## Strategie Miste

## Strategie Miste

Una **strategie mista** in un gioco è una **scelta probabilistica delle azioni** ammesse in quel gioco. Cioè, si sceglie una mossa con una certa probabilità.

## Strategie Miste

Una **strategie mista** in un gioco è una **scelta probabilistica delle azioni** ammesse in quel gioco. Cioè, si sceglie una mossa con una certa probabilità.

**N.B.** scegliere una singola mossa è un caso particolare di strategia mista.

## Strategie Miste

Una **strategie mista** in un gioco è una **scelta probabilistica delle azioni** ammesse in quel gioco. Cioè, si sceglie una mossa con una certa probabilità.

**N.B.** scegliere una singola mossa è un caso particolare di strategia mista.

- L'**utilità attesa** di una strategia mista è la media ponderata delle ricompense delle varie azioni pesata secondo le probabilità associate ad ogni stato possibile e ad ogni azione.

# Un passo indietro - Game Theory e Strategie Miste

## Strategie Miste

Una **strategie mista** in un gioco è una **scelta probabilistica delle azioni** ammesse in quel gioco. Cioè, si sceglie una mossa con una certa probabilità.

**N.B.** scegliere una singola mossa è un caso particolare di strategia mista.

- L'**utilità attesa** di una strategia mista è la media ponderata delle ricompense delle varie azioni pesata secondo le probabilità associate ad ogni stato possibile e ad ogni azione.

Consideriamo il gioco della lotteria. Assumiamo che sono superstizioso e se compro un biglietto per la lotteria comprerei solo il biglietto n.  $x$ .

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $€ 100 - € 2 = € 98$        | $- € 2$                     |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $- € 5$                     | 0                           |





# Game Theory e Strategia Miste

|  | <b>Il n. <math>x</math> vince la Lotteria</b> | <b>Il n. <math>x</math> perde la Lotteria</b> |
|--|---|---|
| <b>Compro il Biglietto n. <math>x</math></b>     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$  | $-\text{€ } 2$                                |
| <b>Non compro il Biglietto n. <math>x</math></b> | $-\text{€ } 5$                                | 0   |

# Game Theory e Strategia Mista

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- Scegliere di **Comprare un biglietto** è un caso particolare di strategia mista, ossia quello in cui attribuiamo 1 all'azione di Comprare un biglietto (cioè effettuiamo quell'azione) e 0 all'altra azione.

# Game Theory e Strategia Mista

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- Scegliere di **Comprare un biglietto** è un caso particolare di strategia mista, ossia quello in cui attribuiamo 1 all'azione di Comprare un biglietto (cioè effettuiamo quell'azione) e 0 all'altra azione.

# Game Theory e Strategia Miste

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- Scegliere di **Comprare un biglietto** è un caso particolare di strategia mista, ossia quello in cui attribuiamo 1 all'azione di Comprare un biglietto (cioè effettuiamo quell'azione) e 0 all'altra azione.

L'utilità attesa di questa strategia mista è l'utilità attesa dell'azione di Comprare un biglietto:

# Game Theory e Strategia Mista

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- Scegliere di **Comprare un biglietto** è un caso particolare di strategia mista, ossia quello in cui attribuiamo 1 all'azione di Comprare un biglietto (cioè effettuiamo quell'azione) e 0 all'altra azione.

L'utilità attesa di questa strategia mista è l'utilità attesa dell'azione di Comprare un biglietto:

- $p(\text{Comprare un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times 98 +$   
 $p(\text{Comprare un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times -2 +$   
 $p(\text{Non compro un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times -3 +$   
 $p(\text{Comprare un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times 0$

# Game Theory e Strategia Mista

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- Scegliere di **Comprare un biglietto** è un caso particolare di strategia mista, ossia quello in cui attribuiamo 1 all'azione di Comprare un biglietto (cioè effettuiamo quell'azione) e 0 all'altra azione.

L'utilità attesa di questa strategia mista è l'utilità attesa dell'azione di Comprare un biglietto:

- $p(\text{Comprare un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times 98 +$   
 $p(\text{Comprare un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times -2 +$   
 $p(\text{Non compro un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times -3 +$   
 $p(\text{Comprare un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times 0$
- ma  $p(\text{Comprare un biglietto}) = 1$  e  $p(\text{Non compro un biglietto}) = 0$

# Game Theory e Strategia Mista

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- Scegliere di **Comprare un biglietto** è un caso particolare di strategia mista, ossia quello in cui attribuiamo 1 all'azione di Comprare un biglietto (cioè effettuiamo quell'azione) e 0 all'altra azione.

L'utilità attesa di questa strategia mista è l'utilità attesa dell'azione di Comprare un biglietto:

- $p(\text{Comprare un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times 98 +$   
 $p(\text{Comprare un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times -2 +$   
 $p(\text{Non compro un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times -3 +$   
 $p(\text{Comprare un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times 0$
- ma  $p(\text{Comprare un biglietto}) = 1$  e  $p(\text{Non compro un biglietto}) = 0$
- $p(\text{Vinco la lotteria}) = 0.01$  e  $p(\text{Perdo la lotteria}) = 0.99$



# Game Theory e Strategia Mista

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- Scegliere di **Comprare un biglietto** è un caso particolare di strategia mista, ossia quello in cui attribuiamo 1 all'azione di Comprare un biglietto (cioè effettuiamo quell'azione) e 0 all'altra azione.

L'utilità attesa di questa strategia mista è l'utilità attesa dell'azione di Comprare un biglietto:

- $p(\text{Compro un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times 98 +$   
 $p(\text{Compro un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times -2 +$   
 $p(\text{Non compro un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times -3 +$   
 $p(\text{Compro un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times 0$
- ma  $p(\text{Compro un biglietto}) = 1$  e  $p(\text{Non compro un biglietto}) = 0$
- $p(\text{Vinco la lotteria}) = 0.01$  e  $p(\text{Perdo la lotteria}) = 0.99$
- Quindi l'utilità diventa:

$$98 \times p(\text{Vinco la Lotteria}) + p(\text{Perdo la lotteria}) \times -2 = 98 \times 0.01 + 0.99 \times -2 = -1$$



# Game Theory e Strategie Miste

|  | <b>Il n. <math>x</math> vince la Lotteria</b> | <b>Il n. <math>x</math> perde la Lotteria</b> |
|--|---|---|
| <b>Compro il Biglietto n. <math>x</math></b>     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$  | $-\text{€ } 2$                                |
| <b>Non compro il Biglietto n. <math>x</math></b> | $-\text{€ } 5$                                | 0   |

# Game Theory e Strategie Miste

|  | <b>Il n. <math>x</math> vince la Lotteria</b> | <b>Il n. <math>x</math> perde la Lotteria</b> |
|--|---|---|
| <b>Compro il Biglietto n. <math>x</math></b>     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$  | $-\text{€ } 2$                                |
| <b>Non compro il Biglietto n. <math>x</math></b> | $-\text{€ } 5$                                | 0   |

L'utilità attesa di non comprare il biglietto n.x invece è:  $0.01 \times -5 = -0.05$

# Game Theory e Strategie Miste

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

L'utilità attesa di non comprare il biglietto n. $x$  invece è:  $0.01 \times -5 = -0.05$

- **Questa volta adotto la strategia mista di comprare un biglietto della lotteria ogni cento volte che mi reco al tabacchi. Cioè:**

# Game Theory e Strategie Miste

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $€ 100 - € 2 = € 98$        | $- € 2$                     |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $- € 5$                     | 0                           |

L'utilità attesa di non comprare il biglietto n. $x$  invece è:  $0.01 \times -5 = -0.05$

- **Questa volta adotto la strategia mista di comprare un biglietto della lotteria ogni cento volte che mi reco al tabacchi. Cioè:**

# Game Theory e Strategie Miste

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

L'utilità attesa di non comprare il biglietto n. $x$  invece è:  $0.01 \times -5 = -0.05$

- **Questa volta adotto la strategia mista di comprare un biglietto della lotteria ogni cento volte che mi reco al tabacchi. Cioè:**
  - $p(\text{Compro un Biglietto}) = 0.01$

# Game Theory e Strategie Miste

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

L'utilità attesa di non comprare il biglietto n. $x$  invece è:  $0.01 \times -5 = -0.05$

- **Questa volta adotto la strategia mista di comprare un biglietto della lotteria ogni cento volte che mi reco al tabacchi. Cioè:**
  - $p(\text{Compro un Biglietto}) = 0.01$
  - $p(\text{Non compro un Biglietto}) = 0.99.$



# Game Theory e Strategie Miste

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

L'utilità attesa di non comprare il biglietto n. $x$  invece è:  $0.01 \times -5 = -0.05$

- **Questa volta adotto la strategia mista di comprare un biglietto della lotteria ogni cento volte che mi reco al tabacchi. Cioè:**
  - $p(\text{Compro un Biglietto}) = 0.01$
  - $p(\text{Non compro un Biglietto}) = 0.99.$

L'utilità attesa di questa strategia mista si calcola come:

# Game Theory e Strategie Miste

|                              | Il n. x vince la Lotteria                    | Il n. x perde la Lotteria |
|------------------------------|--|---------------------------|
| Compro il Biglietto n. x     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$            |
| Non compro il Biglietto n. x | $-\text{€ } 5$                               | 0                         |

L'utilità attesa di non comprare il biglietto n.x invece è:  $0.01 \times -5 = -0.05$

- **Questa volta adotto la strategia mista di comprare un biglietto della lotteria ogni cento volte che mi reco al tabacchi.** Cioè:

- $p(\text{Compro un Biglietto}) = 0.01$
- $p(\text{Non compro un Biglietto}) = 0.99.$

L'utilità attesa di questa strategia mista si calcola come:

- $p(\text{Compro un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times 98 +$   
 $p(\text{Compro un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times -2 +$   
 $p(\text{Non compro un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times -3 +$   
 $p(\text{Compro un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times 0$

# Game Theory e Strategie Miste

|                              | Il n. x vince la Lotteria                    | Il n. x perde la Lotteria |
|------------------------------|--|---------------------------|
| Compro il Biglietto n. x     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$            |
| Non compro il Biglietto n. x | $-\text{€ } 5$                               | 0                         |

L'utilità attesa di non comprare il biglietto n.x invece è:  $0.01 \times -5 = -0.05$

- **Questa volta adotto la strategia mista di comprare un biglietto della lotteria ogni cento volte che mi reco al tabacchi.** Cioè:

- $p(\text{Compro un Biglietto}) = 0.01$
- $p(\text{Non compro un Biglietto}) = 0.99.$

L'utilità attesa di questa strategia mista si calcola come:

- $p(\text{Compro un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times 98 +$   
 $p(\text{Compro un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times -2 +$   
 $p(\text{Non compro un biglietto}) \times p(\text{Vinco la lotteria}) \times -3 +$   
 $p(\text{Compro un biglietto}) \times p(\text{Perdo la lotteria}) \times 0$
- e sarebbe  
 $0.01 \times 0.01 \times 98 + 0.01 \times 0.99 \times -2 + 0.99 \times -3 \times 0.01 + 0.99 \times 0.99 \times 0$   
 $= -0,0397$



# Game Theory e Strategie Miste

|  | <b>Il n. <math>x</math> vince la Lotteria</b> | <b>Il n. <math>x</math> perde la Lotteria</b> |
|--|---|---|
| <b>Compro il Biglietto n. <math>x</math></b>     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$  | $-\text{€ } 2$                                |
| <b>Non compro il Biglietto n. <math>x</math></b> | $-\text{€ } 5$                                | 0   |

# Game Theory e Strategie Miste

|  | <b>Il n. <math>x</math> vince la Lotteria</b> | <b>Il n. <math>x</math> perde la Lotteria</b> |
|--|---|---|
| <b>Compro il Biglietto n. <math>x</math></b>     | $€ 100 - € 2 = € 98$                          | $- € 2$                                       |
| <b>Non compro il Biglietto n. <math>x</math></b> | $- € 5$                                       | 0   |

- L'utilità attesa di Comprare il biglietto  $x$  è  $-1$ ,

# Game Theory e Strategie Miste

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- L'utilità attesa di Comprare il biglietto  $x$  è  $-1$ ,
- L'utilità attesa di non Comprare il biglietto  $x$  è  $-0.04$

# Game Theory e Strategie Miste

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- L'utilità attesa di Comprare il biglietto  $x$  è  $-1$ ,
- L'utilità attesa di non Comprare il biglietto  $x$  è  $-0.04$
- L'utilità attesa della strategia mista di **comprare il biglietto "una volta ogni tanto"**, cioè ogni cento volte che mi reco al tabacchi è  $-0.0397$



# Game Theory e Strategie Miste

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- L'utilità attesa di Comprare il biglietto  $x$  è  $-1$ ,
- L'utilità attesa di non Comprare il biglietto  $x$  è  $-0.04$
- L'utilità attesa della strategia mista di **comprare il biglietto "una volta ogni tanto"**, cioè ogni cento volte che mi reco al tabacchi è  $-0.0397$

# Game Theory e Strategie Miste

|                                | Il n. $x$ vince la Lotteria                  | Il n. $x$ perde la Lotteria |
|--------------------------------|--|-----------------------------|
| Compro il Biglietto n. $x$     | $\text{€ } 100 - \text{€ } 2 = \text{€ } 98$ | $-\text{€ } 2$              |
| Non compro il Biglietto n. $x$ | $-\text{€ } 5$                               | 0                           |

- L'utilità attesa di Comprare il biglietto  $x$  è  $-1$ ,
- L'utilità attesa di non Comprare il biglietto  $x$  è  $-0.04$
- L'utilità attesa della strategia mista di **comprare il biglietto "una volta ogni tanto"**, cioè ogni cento volte che mi reco al tabacchi è  $-0.0397$

Anche se di poco, **la strategia mista di comprare il biglietto una volta ogni tanto è più conveniente dell'azione di comprarlo e anche dell'azione di non comprarlo**



# La scommessa - Strategie Miste

|                                  | <b>Dio esiste</b> | <b>Dio non esiste</b> |
|----------------------------------|-------------------|-----------------------|
| <b>Puntare su Dio esiste</b>     | $\infty$          | $f_1$                 |
| <b>Puntare su Dio non esiste</b> | $f_2$             | $f_3$                 |

# La scommessa - Strategie Miste

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

Possiamo adottare una strategia mista e:

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

**Possiamo adottare una strategia mista e:**

- puntare su Dio/credere che Dio esiste e comportarsi di conseguenza *una volta ogni tanto*, e.g. quando andiamo a messa.

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

**Possiamo adottare una strategia mista e:**

- puntare su Dio/credere che Dio esiste e comportarsi di conseguenza *una volta ogni tanto*, e.g. quando andiamo a messa.
- puntare su Dio in base al lancio di una moneta: se esce croce puntiamo su Dio esiste, se esce testa puntiamo su Dio non esiste, 50/50

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

**Possiamo adottare una strategia mista e:**

- puntare su Dio/credere che Dio esiste e comportarsi di conseguenza *una volta ogni tanto*, e.g. quando andiamo a messa.
- puntare su Dio in base al lancio di una moneta: se esce croce puntiamo su Dio esiste, se esce testa puntiamo su Dio non esiste, 50/50
- etc.





# La Scommessa - Strategia Miste

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

# La Scommessa - Strategia Miste

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

## Strategie Miste

Qualsiasi sia il valore che attribuiamo a  $p(\text{puntare su Dio esiste})$ , ossia qualsiasi probabilità attribuiamo alla nostra scelta di puntare su Dio, l'utilità attesa sarà sempre infinita  $\infty$ .

# La Scommessa - Strategia Miste

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

## Strategie Miste

Qualsiasi sia il valore che attribuiamo a  $p(\text{puntare su Dio esiste})$ , ossia qualsiasi probabilità attribuiamo alla nostra scelta di puntare su Dio, l'utilità attesa sarà sempre infinita  $\infty$ .

L'utilità attesa della strategia mista di puntare su Dio/credere in Dio *una volta ogni tanto* o l'utilità attesa della strategia di puntare su Dio in base al lancio di una moneta è:

$$\begin{aligned} & p(\text{punto su Dio esiste}) \times p(\text{Dio esiste}) \times \infty + p(\text{punto su Dio esiste}) \times \\ & p(\text{Dio non esiste}) \times f_1 + p(\text{punto su Dio non esiste}) \times p(\text{Dio esiste}) \times f_2 + \\ & p(\text{punto su Dio non esiste}) \times p(\text{Dio non esiste}) \times \infty = \infty \end{aligned}$$

# La Scommessa - Strategia Miste

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

## Strategie Miste

Qualsiasi sia il valore che attribuiamo a  $p(\text{puntare su Dio esiste})$ , ossia qualsiasi probabilità attribuiamo alla nostra scelta di puntare su Dio, l'utilità attesa sarà sempre infinita  $\infty$ .

L'utilità attesa della strategia mista di puntare su Dio/credere in Dio *una volta ogni tanto* o l'utilità attesa della strategia di puntare su Dio in base al lancio di una moneta è:

$$p(\text{punto su Dio esiste}) \times p(\text{Dio esiste}) \times \infty + p(\text{punto su Dio esiste}) \times p(\text{Dio non esiste}) \times f_1 + p(\text{punto su Dio non esiste}) \times p(\text{Dio esiste}) \times f_2 + p(\text{punto su Dio non esiste}) \times p(\text{Dio non esiste}) \times \infty = \infty$$

Adottare una strategia mista conviene tanto quando puntare su Dio



## La scommessa - strategia miste

- $p(\text{Dio esiste}) > 0$
- Puntare su Dio esiste ha un premio **infinito**

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

---

*Scommettete dunque che esiste, senza esitare! Non c'è da tentennare, bisogna dare tutto! Puntare su Dio è l'azione più conveniente.*

## La scommessa - strategia miste

- $p(\text{Dio esiste}) > 0$
- Puntare su Dio esiste ha un premio **infinito**

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

---

*Scommettete dunque che esiste, senza esitare! Non c'è da tentennare, bisogna dare tutto!* Puntare su Dio è l'azione più conveniente.

**La conclusione è falsa!**



## La scommessa - strategia miste

- $p(\text{Dio esiste}) > 0$
- Puntare su Dio esiste ha un premio **infinito**

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

---

*Scommettete dunque che esiste, senza esitare! Non c'è da tentennare, bisogna dare tutto!* Puntare su Dio è l'azione più conveniente.

**La conclusione è falsa!** Se anche accettiamo le premesse, puntare su Dio non è la cosa più conveniente da fare, esistono (infinite) strategie miste che sono convenienti tanto quanto l'azione di puntare su Dio!

## La scommessa - strategia miste

- $p(\text{Dio esiste}) > 0$
- Puntare su Dio esiste ha un premio **infinito**

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

---

*Scommettete dunque che esiste, senza esitare! Non c'è da tentennare, bisogna dare tutto!* Puntare su Dio è l'azione più conveniente.

**La conclusione è falsa!** Se anche accettiamo le premesse, puntare su Dio non è la cosa più conveniente da fare, esistono (infinite) strategie miste che sono convenienti tanto quanto l'azione di puntare su Dio!

A questo punto (per il libertino) conviene puntare su Dio una volta ogni tanto, come in una lotteria!

## La scommessa - strategia miste

- $p(\text{Dio esiste}) > 0$
- Puntare su Dio esiste ha un premio **infinito**

|                           | Dio esiste | Dio non esiste |
|---------------------------|------------|----------------|
| Puntare su Dio esiste     | $\infty$   | $f_1$          |
| Puntare su Dio non esiste | $f_2$      | $f_3$          |

---

*Scommettete dunque che esiste, senza esitare! Non c'è da tentennare, bisogna dare tutto!* Puntare su Dio è l'azione più conveniente.

**La conclusione è falsa!** Se anche accettiamo le premesse, puntare su Dio non è la cosa più conveniente da fare, esistono (infinite) strategie miste che sono convenienti tanto quanto l'azione di puntare su Dio!

A questo punto (per il libertino) conviene puntare su Dio una volta ogni tanto, come in una lotteria!

**L'argomento di Pascal è invalido**

## Fonte del problema della non validità:

- Il premio infinito

Grazie!